

Theorie zwischen Klassik und Moderne

Arnold Sommerfelds Einfluss auf die theoretische Physik reicht bis heute.

Michael Eckert

Der 150. Geburtstag von Arnold Sommerfeld ist nicht nur Anlass, einen wichtigen Physiker der Vergangenheit zu würdigen. Viele seiner zentralen Arbeiten zeigen eine erstaunliche Aktualität und haben sogar Bedeutung für die Suche nach Dunkler Materie.

Als Arnold Sommerfeld am 5. Dezember 1868 geboren wurde, waren die Maxwell-Gleichungen gerade drei Jahre alt. Die Versuche, mit denen Heinrich Hertz elektromagnetische Wellen nachweisen sollte, lagen noch zwanzig Jahre in der Zukunft. Im Rückblick bezeichnen wir dies als die Ära der klassischen Physik. Im Jahr 1951, in dem Sommerfeld am 26. April starb, befinden wir uns bereits im Zeitalter der modernen Physik, in dem die Theoretiker mit Feynman-Diagrammen und die Experimentalphysiker mit immer neuen Entdeckungen von Elementarteilchen für Aufsehen sorgten.

Am Beginn von Sommerfelds akademischer Karriere war von diesem Umbruch in der Physik noch nichts zu spüren. Während seines Studiums in Königsberg hatte er die Physik als nicht besonders aufregend erlebt, sodass sein Interesse zunächst mehr der Mathematik galt. Auch nach seinem Wechsel an die Universität Göttingen, wo er Assistent des Mathematikers Felix Klein wurde, wuchs ihm die Physik nicht sofort ans Herz. Bei Sommerfelds frühen Arbeiten der 1890er-Jahre stand die Mathematik immer im Vordergrund, selbst wenn er sich damit auf das Gebiet der Physik begab. In seiner Habilitationsschrift behandelte er die Beugung elektromagnetischer Wellen als Randwertproblem – ohne Rückgriff auf das in der Optik benutzte Huygenssche Prinzip, das der Beugungstheorie von Kirch-



Bei einer Physikkonferenz im September 1919 im schwedischen Lund tauschten sich Arnold Sommerfeld (links) und Niels Bohr über die Fortschritte der Atomtheorie aus.

hoff zugrunde lag. Er halte das für „Humbug und Redensarten“, schrieb Sommerfeld an seine Mutter, „was dieser mathematisch gründlichste unter den Physikern in der Optik gemacht hat. Aber das kann ich doch nicht in der Arbeit ohne Weiteres sagen.“ ([1], S. 83)

Klein machte Sommerfeld zum Herausgeber der Physikbände der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften [2]. In dieser Eigenschaft kam Sommerfeld in engen Kontakt zu Ludwig Boltzmann und Hendrik Antoon Lorentz, denen er 1906 auch die Berufung auf den Lehrstuhl für theoretische Physik an der Ludwig-Maximilians-Universität München verdankte. Erst hier, neben dem Ordinarius für Experimentalphysik Wilhelm Conrad Röntgen, wurde für Sommerfeld die theoretische Physik zu seiner eigentlichen Berufung, wenngleich in seinen Arbeiten auch künftig das starke mathematische Interesse immer wieder aufschien. Vor allem aber wollte Sommerfeld jetzt selbst schulebildend wirken. Das sprach

sich unter theorieinteressierten jüngeren Physikern bald herum. Damals war die theoretische Physik noch kaum als gleichberechtigtes Fach neben der Experimentalphysik anerkannt und galt als ein Fach für Privatdozenten und Extraordinarien [3]. Albert Einstein, damals noch Angestellter am Patentamt in Bern, schrieb 1908 an Sommerfeld, „dass ich, wenn ich in München wäre und Zeit hätte, mich in Ihr Kolleg setzen würde, um meine mathematisch-physikalischen Kenntnisse zu vervollständigen.“ ([1], S. 216)

Die Münchener „Pflanzstätte für theoretische Physik“, wie Sommerfeld sein Institut selbst nannte, erwarb sich bald großes Ansehen. Er selbst gehörte zum erlesenen Kreis der Teilnehmer an den ersten Solvay-Konferenzen. 1912 wurden an seinem Institut auf Veranlassung des Privatdozenten Max Laue (damals noch ohne „von“) mit einem Experiment die Wellennatur der Röntgenstrahlen und der atomare Raumgitter-Aufbau von Festkör-

Dr. Michael Eckert,
Deutsches Museum,
Forschungsinstitut
für Wissenschafts-
und Technikgeschich-
te, Museumsinsel 1,
80538 München

pern nachgewiesen. Auch wenn bei der „Laueschen Entdeckung“ nach Ansicht von Sommerfelds erstem Assistenten Peter Debye der Zufall mit im Spiel war [4], markierte diese Entdeckung einen wichtigen Brückenschlag zur modernen Atomphysik. Die damit eröffnete Röntgenspektroskopie erwies sich als Schlüssel für das Verständnis des Atombaus. Sommerfeld reagierte auch sofort auf das Bohrsche Atommodell [5]. Er baute es zu einem System aus, mit dem sich die Feinstruktur der Spektren und der Schalenbau der Atomhülle – wenn nicht erklären, so doch quantitativ sehr genau beschreiben ließen. Sein 1919 in erster Auflage veröffentlichtes Buch „Atombau und Spektrallinien“ wurde zur Bibel einer ganzen Generation von

Atomphysikern. Die Reihe seiner Schüler, die mit dem Ausbau der Quanten- und Atomtheorie auf dem Weg zur Quantenmechanik ihre Karriere begannen, liest sich wie ein Who is Who der modernen Physik: Hans Bethe, Werner Heisenberg, Alfred Landé oder Wolfgang Pauli – um nur einige zu nennen, deren Namen auch den einen oder anderen Begriff in der modernen Physik zieren. „Was ich an Ihnen besonders bewundere,“ schrieb Einstein einmal an Sommerfeld, „das ist, dass Sie eine so große Zahl junger Talente wie aus dem Boden gestampft haben. Das ist etwas ganz Einzigartiges. Sie müssen eine Gabe haben, die Geister Ihrer Hörer zu veredeln und zu aktivieren.“ ([1], S. 328)

Finessen der Feinstruktur

In einer populären Physikgeschichte heißt es ([6], S. 321): „Um es in eine kurze Formel zu bringen: Einstein war das Genie, Planck die Autorität und Sommerfeld der Lehrer.“ Doch mit dem Lehrtalent allein lassen sich Sommerfelds Bedeutung und – wie im Folgenden gezeigt werden soll – anhaltende Aktualität nicht erklären. Die Erweiterung des Bohrschen Atommodells bescherte nicht nur vielen Sommerfeld-Schülern ein reichhaltiges Aufgabenfeld, sondern begründete auch ein bis heute aktuelles Forschungsgebiet.

Sommerfeld verriet mit seiner Atomtheorie ein Gespür für fundamentale Probleme der modernen Physik. Dies wird besonders an der „Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante“ deutlich. Sie tauchte bei der Quantelung der relativistischen Kepler-Bewegung auf. Damit hatte Sommerfeld das Bohrsche Atommodell erweitert, das von newtonschen Kreisbahnen der Elektronen um den Atomkern ausging. Sommerfeld beließ es aber nicht bei der Benennung einer neuen Konstante, sondern deutete sie sofort als eine fundamentale Größe, in der sich Relativitäts- und Quantentheorie vereinten. Er interpretierte sie als das Verhältnis zweier Drehimpulse („Momente“), und zwar des „relativistischen Grenzmoments“ $p_0 = e^2/c$ zu dem „quantenhaft ausgezeichneten Moment“ $p_1 = h/2\pi$ ([7], S. 51): „Für das Verhältnis $p_0:p_1$, das wir α nennen wollen, ergibt sich $\alpha = p_0/p_1 = 2\pi e^2/hc \approx 7 \times 10^{-3}$.“

Im Jahr 1916, als Sommerfeld dies in den Annalen der Physik publizierte, konnte er noch nicht wissen, dass die Feinstrukturkonstante geradezu ein Symbol für die Moderne in der Physik werden sollte. Von ihrer grundlegenden Bedeutung war er aber, wie sich Heisenberg erinnerte, zutiefst überzeugt. Er sei „immer wieder darauf zurückgekommen, besonders nach der Diracschen Arbeit über die relativistische Theorie des Elektrons“ ([8], S. 536).

Heisenberg machte damit vor fünfzig Jahren, als man Sommer-

38005
Bern 14.1.08.

Hoch geehrter Herr Professor!

Ihr Brief hat mir eine seltene Freude bereitet, so offen und wohlwollend zugleich ist mir wohl noch kein Physiker entgegengekommen. Deshalb kann ich nicht anders, als diesen Brief mit einer Bemerkung persönlicher Art beginnen. Infolge meines glücklichen Einfalles, das Relativitätsprinzip in die Physik einzuführen, überschätzte Sie (und andere) meine wissenschaftlichen Fähigkeiten unmerklich, sodass es mir etwas unheimlich dabei wird. Ich will Ihnen nicht mit einer Selbstkritik kommen, Selbstkritiken tragen selten etwas, und sind ja für andere auch wertlos. Aber ich versichere Ihnen, dass ich, wenn ich in München wäre und Zeit hätte, mich in Ihr Kolleg setzen würde, um meine mathematisch-physikalischen Kenntnisse zu vervollständigen. –

Zuerst nun die Frage, ob ich die relativistische theoretische Behandlung z. B. der Mechanik

Am 14. Januar 1908 antwortete Albert Einstein auf einen offenbar sehr wohlwollenden Brief von Arnold Sommerfeld.

felds hundertsten Geburtstag feierte, seine Zeitgenossen auf die anhaltende Aktualität vieler Arbeiten Sommerfelds aufmerksam. Er gab seinem Festbeitrag den Titel „Ausstrahlung von Sommerfelds Werk in der Gegenwart“ [8]. Heute assoziieren die meisten Physiker mit dem Namen Sommerfeld nur noch historische Entwicklungen, aber Heisenbergs Überschrift ist auch in unserer Gegenwart noch passend.

Das zeigt sich neben der Feinstrukturkonstante auch an der Art des Vorgehens und der Formel, mit der Sommerfeld die Feinstruktur im Wasserstoffspektrum beschrieb. Sein wesentlicher Beitrag dabei bestand nicht einfach in der relativistischen Berechnung der Elektronenbewegung auf Ellipsenbahnen, sondern in einer neuen Art der Quantelung, die sich auf mehrere Freiheitsgrade ausdehnen ließ. Im Zusammenspiel mit Karl Schwarzschild rückten dabei die Wirkungsintegrale im Hamilton-Jacobi-Formalismus ins Zentrum der Atomtheorie [9]. Das markierte den Auftakt zu der bis heute aktuellen „Semiklassik“.

Sommerfelds neue Quantisierung bezog sich zuerst nur auf zwei Freiheitsgrade: die azimutale und radiale Bewegung eines Elektrons beim elliptischen Umlauf um den Atomkern. Nichtrelativistisch ergab sich damit dasselbe Ergebnis wie beim Bohrschen Atommodell, wobei anstelle von Bohrs Quantenzahl für den Drehimpuls jetzt eine Summe aus zwei Quantenzahlen stand. Bei relativistischer Berechnung wurde diese Entartung aufgehoben: Elektronen, deren Energie zuvor nur durch die Summe zweier Quan-

tenzahlen bestimmt war, erhielten jetzt verschiedene Energien. Die von Bohr beschriebenen Spektrallinien bekamen damit Zuwachs – beschrieben durch Sommerfelds Feinstrukturformel.

Zehn Jahre später wurden die im Bohr-Sommerfeldschen Atommodell berechneten klassischen Elektronenbahnen durch die Quantenmechanik obsolet und durch neue Konzepte wie Spin und Wellenfunktion ersetzt. Merkwürdigerweise ergab sich für die Feinstruktur aber wieder dieselbe Formel, nur die Quantenzahlen darin mussten umgedeutet werden. Die Feinstrukturformel aus dem Jahr 1916 blieb „wie durch ein Wunder“ auch in der Quantenmechanik richtig, obwohl Sommerfelds Ableitung auf klassischen Vorstellungen beruhte. „Es wäre eine reizvolle Aufgabe zu untersuchen“, so Heisenberg im Jahr 1968, „ob es sich hier wirklich um ein Wunder handelt oder ob nicht vielleicht die von Sommerfeld und Dirac gemeinsam zugrunde gelegte gruppentheoretische Struktur des Problems schon zu dieser Formel führt.“ ([8], S. 534)

1982 folgte Lawrence Biedenharn dieser Anregung und versprach in seiner Arbeit [10], das „Sommerfeld puzzle“, also die exakte Übereinstimmung zwischen Sommerfelds und Diracs Ergebnissen für die Energieniveaus des relativistischen Wasserstoffatoms, zu analysieren und zu erklären. Das Versprechen hat Biedenharn jedoch nicht eingelöst, wenn man einem späteren Urteil von Ya. I. Granovskii folgt: Biedenharn habe bei der Transformation in ein rotierendes Koordinatensystem nur eine „Analogie“



Im Institut für theoretische Physik der Ludwig-Maximilians-Universität erinnert eine Büste an Arnold Sommerfeld und die Feinstrukturkonstante.

zwischen Sommerfelds klassischer und Diracs quantenmechanischer Lösung festgestellt.¹⁾

Stefan Keppeler verfolgte 2004 bei der Behandlung des relativistischen Kepler-Problems nach semiklassischen Methoden gegenüber Sommerfelds Quantisierung nach der alten Quantentheorie einen anderen Ansatz: Er brachte zwei Korrekturen an, die sich beim Wasserstoffatom gerade gegenseitig aufheben [12]. „Eine geometrische Phase rettete Sommerfelds Theorie der Feinstruktur“, fasst Keppeler diese auf der Semiklassik beruhende Erklärung zusammen.

Ist das „Sommerfeld puzzle“ damit wirklich gelöst? Wie lässt sich die semiklassische Erklärung mit dem gruppentheoretischen Ansatz von Biedenharn in Einklang bringen? Diese Fragen zeugen auch heute noch von der Aktualität der Sommerfeldschen Atomtheorie.

Turbulenz mit Tragweite

Sommerfeld bewies aber auch in seinen Arbeiten zur klassischen Physik ein Gespür für zukunftsweisende Themen. Das herausragende Beispiel dafür ist die Theorie der Turbulenz. Sie hat bis heute nichts

¹⁾ „Unfortunately, Biedenharn's failure to transform the Hamiltonian function took away much of the value of his work.“ ([11], S. 524)

ARNOLD SOMMERFELD

1868	geboren am 5. Dezember in Königsberg	1906	Professor für theoretische Physik an der Ludwig-Maximilians-Universität München (bis 1938)
1886	Studium an der Universität Königsberg, Promotion in Mathematik	1919	„Atombau und Spektrallinien“
1893	Assistent an der Universität Göttingen; Habilitation bei Felix Klein in Mathematik	1929	„Wellenmechanischer Ergänzungsband“
1897	Professor für Mathematik an der Bergakademie Clausthal	1942	„Vorlesungen über theoretische Physik“ (Bd. 1-4, 6 bis 1951, Bd. 5 posthum 1952)
1900	Professor für Mechanik an der Technischen Hochschule Aachen	1951	gestorben am 26. April in München an den Folgen eines Verkehrsunfalles.



Deutsches Museum München

Arnold Sommerfeld unternahm 1928/29 eine Weltreise.

an Aktualität eingebüßt, obwohl seit Sommerfelds einschlägiger Arbeit von 1908 mehr als hundert Jahre vergangen sind. Mit seinem „Beitrag zur hydrodynamischen Erklärung der turbulenten Flüssigkeitsbewegungen“ wollte Sommerfeld den Übergang vom laminaren zum turbulenten Strömungszustand beschreiben. Dabei nahm er eine ebene Strömung zwischen zwei in entgegengesetzter Richtung bewegten Wänden an (ebene Couette-Strömung) und benutzte die Methode der kleinen Schwingungen. Dabei wird einer laminaren Grundströmung eine wellenförmige Störung überlagert: Wuchs die Störung exponentiell an, war die Strömung instabil und führte zum Turbulenzumschlag; nahm sie exponentiell ab, war die Strömung stabil. Mit diesem „Orr-Sommerfeld-Ansatz“, benannt nach dem irischen Mathematiker William McFadden Orr und Sommerfeld, ließ sich eine Differentialgleichung aufstellen. Aus dieser sollten sich mit einer Eigenwertanalyse die kritischen Störwellenlängen in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl ergeben.

An diesem Problem bissen sich eine Reihe von Sommerfeld-Schülern und andere Theoretiker jahrelang die Zähne aus [13]. Die zunächst untersuchte ebene Cou-

ette-Strömung erwies sich für alle Störwellenlängen und Reynolds-Zahlen als stabil. Als in den 1920er-Jahren Heisenberg für die ebene Poiseuille-Strömung Instabilität fand, hielt man dieses Ergebnis für das Produkt unzulässiger Näherungsverfahren. Fritz Noether, ein anderer Sommerfeldschüler, lieferte nämlich einen Beweis, wonach die Orr-Sommerfeld-Methode immer Stabilität liefern sollte. Heisenberg skizzierte 1968 zurückblickend das Auf und Ab von Überraschungen, Fehlern und Rückschlägen der Orr-Sommerfeld-Gleichungen. Er schloss mit der Genugtuung, dass sein damals umstrittenes Ergebnis inzwischen mit dem Computer numerisch rehabilitiert worden sei. Das wiederum werfe aber die Frage auf, was an Noethers „Beweis“ eigentlich falsch sei ([14], S. 47).

Auch heute, weitere fünfzig Jahre später, steht diese Frage immer noch unbeantwortet im Hintergrund des inzwischen in viele Richtungen weiter entwickelten Orr-Sommerfeld-Verfahrens. Heute sieht man darin jedoch nicht mehr den Schlüssel für die Rätsel der Turbulenz, sondern ein Teilgebiet der Forschungen zur hydrodynamischen Stabilität. Die nach Orr und Sommerfeld ermittelte „Indifferenzkurve“, die das Gebiet stabiler

Störwellenlängen und Reynolds-Zahlen von den instabilen abgrenzt, charakterisiert – wenn überhaupt – nur den Beginn eines höchst komplexen Übergangs zur Turbulenz.

Sommerfeld und Dunkle Materie

Von verblüffender Aktualität ist auch eine andere Arbeit, die Sommerfeld bei seiner Weltreise 1928/29 in Angriff genommen und 1931 in den *Annalen der Physik* publiziert hatte. Bei diesem „Pazifik-Problem“, wie er es selbst bezeichnete, handelte es sich um die quantenmechanische Theorie der Bremsstrahlung [15]. Diesen Begriff hatte Sommerfeld zwanzig Jahre zuvor selbst geprägt, als er Röntgenstrahlen als elektromagnetische Strahlung deutete, die beim Abbremsen der Elektronen in der Antikathode einer Röntgenröhre entsteht. Er konnte damit die anisotrope Intensitätsverteilung der Röntgenstrahlen, die Johannes Stark als Quanteneffekt interpretierte, im Rahmen der klassischen Elektrodynamik erklären. Danach wurde das als Bremsstrahlung verstandene kontinuierliche Röntgenspektrum zu einem lebhaft diskutierten Forschungsgebiet. Der mit elektromagnetischer Abstrahlung verbundene elementare Streuprozess eines schnellen Elektrons an einem Atomrumpf gehört eigentlich in das Gebiet der Quantenelektrodynamik; er ließ sich quantenmechanisch nicht einfach beschreiben. Sommerfeld beschränkte sich auf den nichtrelativistischen Grenzfall, für den die erst später entwickelten störungstheoretischen Methoden der Quantenelektrodynamik keine Rolle spielten. Seine Theorie lieferte einen Verstärkungsfaktor, der bei kleinen Geschwindigkeiten ein starkes Anwachsen des Wirkungsquerschnitts der wechselwirkenden Teilchen und damit der Bremsstrahlung vorhersagte.

2009 stellten Physiker fest, dass sich der „Sommerfeld Effekt“ auch bei der gegenseitigen Auslöschung von schwach wechselwirkenden massereichen Teilchen (WIMPs) bemerkbar machen könnte. Ein

anwachsender Wirkungsquerschnitt bei diesen Kandidaten für Dunkle Materie ließe sich anhand der Gammastrahlung, die bei der Annihilation entsteht, nachweisen. Damit nährt Sommerfelds Theorie der Bremsstrahlung die Hoffnung auf einen Nachweis der Dunklen Materie. Das machte sich auch bei der Zahl der Zitierungen seiner Publikation von 1931 bemerkbar, die 2009 sprunghaft anstiegen, weil der Sommerfeld-Effekt den „Dunklen Bereich“ mit astrophysikalischen Beobachtungsmöglichkeiten in Verbindung brachte [16].²⁾

Von solchen Bezügen konnte Sommerfeld natürlich auch in seinen kühnsten Träumen nichts ahnen. Seine Nachfolger in der theoretischen Physik sahen sich jedoch immer wieder veranlasst, auf sein Werk zu verweisen, von der klassischen Theorie der Beugung [17] bis zur modernen Theorie kondensierter Materie [18]. Nicht zufällig erlebten auch Sommerfelds Atombau und Spektrallinien und seine Vorlesungen über theore-

tische Physik weit über seinen Tod hinaus zahlreiche Neuaufgaben.

Arnold Sommerfelds Werk zeigt beispielhaft, dass Physikgeschichte nicht nur ein Schaufenster in die Vergangenheit ist. So manche längst überholte geglaubte Theorie besitzt einen größeren Tiefgang, als es dem ersten Anschein entspricht.

Literatur

- [1] M. Eckert, Arnold Sommerfeld. Eine Biografie, Wallstein, Göttingen (2013)
- [2] Online verfügbar auf bit.ly/2Q0ePRy
- [3] Ch. Jungnickel und R. McCormmach, Intellectual Mastery of Nature, Bd. 1 + 2, Univ. of Chicago Press, Chicago (1990)
- [4] M. Eckert, Acta Cryst. **A68**, 30 (2012)
- [5] M. Eckert, Die Bohr-Sommerfeldsche Atomtheorie, Springer, Berlin (2013)
- [6] A. Hermann, Weltreich der Physik, Bechtle, Esslingen (1981)
- [7] A. Sommerfeld, Ann. Physik **51**, 1 (1916)
- [8] W. Heisenberg, Physikalische Blätter **24**, 530 (1968)
- [9] M. Eckert, Physik Journal, Mai 2016, S. 41
- [10] L. C. Biedenharn, Found. Phys, **13** (1983)
- [11] Ya. I. Granovskii, Physics Uspekhi **47**, 523 (2004)
- [12] S. Keppeler, Physik Journal, April 2004, S. 45
- [13] M. Eckert, European Physical Journal History **35**, 29 (2010)

- [14] W. Heisenberg, in: F. Bopp und H. Kleinpoppen (Hrsg.), Physics of the One- and Two-Electron Atom (Proc. Arnold Sommerfeld Centennial Memorial Meeting etc.), North-Holland, Amsterdam (1969)
- [15] M. Eckert, Studies in History and Philosophy of Modern Physics **51**, 9 (2015)
- [16] M. Kuhlen, P. Madau und J. Silk, Science **325**, 970 (2009)
- [17] A. Sommerfeld, Mathematical Theory of Diffraction, übersetzt und kommentiert von R. Nagem, G. Sandri und M. Zampolli, Birkhäuser, Basel (2004)
- [18] Ch. Joas und M. Eckert, Annual Review of Condensed Matter Physics **8**, 31 (2017)

2) „The Sommerfeld nonperturbative increase in the annihilation cross section at low velocities is the result of a generic attractive force between the incident dark matter particles... The force carrier may be the W or Z boson of the weak interaction.“ [16]

DER AUTOR

Michael Eckert (FV Geschichte der Physik) promovierte 1979 in Physik an der Universität Bayreuth. Er war langjähriger Mitarbeiter am Forschungsinstitut des Deutschen Museums. Seit dem Eintritt in den Ruhestand im Jahr 2014 ist er dort als ehrenamtlicher Mitarbeiter tätig. Zu seinen bevorzugten Forschungsfeldern zählen die Geschichte der Quantenphysik und die Entwicklung der Strömungsmechanik.



DER CALLISTER JETZT AUCH AUF DEUTSCH KANN'S

W. D. CALLISTER, D. G. RETHWISCH
Übersetzungsherausgeber: M. Scheffler

Materialwissenschaften und Werkstofftechnik

Eine Einführung

ISBN: 978-3-527-33007-2
Nov. 2012 906 S.,
1200 Abb. (davon 800 farbig).
Gebunden € 79,-

Wiley-VCH
Tel. +49 (0) 62 01-606-400
E-Mail: service@wiley-vch.de
Irrtum und Preisänderungen vorbehalten.
Stand der Daten: Dezember 2013

WILEY-VCH