Geklonte Quanten

Die Unschärferelation verbietet perfektes Kopieren von Quanten. Physiker aus Oxford und Genf haben einzelne Quantensysteme jetzt so gut geklont, wie es eben geht.

Vor fünf Jahren wurde das Schaf Dolly aus dem Erbgut eines anderen Schafes „erschaffen“ – ein perfekter Klon. Ein bemerkenswertes Resultat, aber auch sehr kontrovers. Im April berichteten nun Physiker aus Oxford [1, 2] und Genf [3], sie hätten einzelne Quantensysteme geklont. Vor einer ethischen Kontroverse werden die Physiker aber verschont bleiben. Denn mit dem Klonen von Tieren hat das Quantenklonen nicht viel gemein. Nicht nur, dass hier keine Lebewesen betroffen sind, in der Quantenwelt ist es schon aus physikalischen Gründen unmöglich, die perfekte Kopie eines Quantenzustands herzustellen.

Dieses so genannte „No-cloning-theorem“ geht auf die Heisenbergsche Unschärferelation zurück, die besagt, dass es bei Quantensystemen immer zwei Größen gibt, deren Werte nicht gleichzeitig scharf bestimmt sind. Das prominenteste Beispiel für solche konjugierten Größen sind Ort und Impuls, aber auch die Polarisation von Photonen gehört dazu, etwa horizontal und vertikal, bzw. +45 Grad und –45 Grad. Könnten wir ein Teilchen mit uns unbekannten Eigenschaften perfekt klonen, das heißt mehrere voneinander unabhängige, identische Teilchen herstellen, so könnten wir die eine Größe an der einen Hälfte, die konjugierte Größe an der anderen Hälfte der Teilchen messen und auf diese Weise genaue Kenntnis über beide Größen erhalten. Das widerspricht aber der Heisenbergschen Unschärferelation. Perfektes Quanten-Klonen geht darum nicht. Diese Tatsache stellt einen der wichtigsten Unterschiede zwischen klassischer und Quantenphysik dar.

Warum ist das mangelhafte Klonen so wichtig, dass sich gleich mehrere Gruppen dafür interessieren? Zum einen ist schon aus rein theoretischen Gesichtspunkten die Frage spannend, wie gut man ein Quantensystem eigentlich klonen kann und wie die Güte eines Klons von der Zahl der angefertigten Kopien und der Zahl der Originale abhängt. Betrachten wir dazu M gleiche „Qubits“, das heißt Quantensysteme, die in einem zweidimensionalen Hilbert-Raum beschrieben werden können wie etwa polarisierte Photonen oder Kernspins. Aus diesen M Qubits sollen N > M gleiche Kopien hergestellt werden deren Qualität nicht vom Zustand der Originale abhängen soll. Es lässt sich zeigen, dass die optimale Güte (*fidelity*), das heißt der bestmögliche Grad der Gleichheit, durch $F^{\mathrm{opt}}_{\mathrm{M}\to\mathrm{N}} = (MN+M+N)/(N(M+2))$ gegeben ist. Betrachten wir also die Vervielfältigung eines Originals in zwei Kopien, so erhalten wir $F^{\mathrm{opt}}_{1\to 2} = 5/6 \approx 0{,}83$.

Zum anderen garantiert das „No-Cloning Theorem“ die Sicherheit der Quantenkryptographie [4]. In dieser bekanntesten Anwendung der Quantenkommunikation nutzen Sender und Empfänger eines geheimen Kodes, Alice und Bob, die Tatsache aus, dass ein Spion die zwischen ihnen verschickten Photonen nicht klonen kann. Insbesondere ist es ihm unmöglich, Information über die von Alice zu Bob geschickten Photonen zu erlangen, ohne ihre Eigenschaften durch sein Einwirken zu verändern. Dies führt zwangsläufig zur Enttarnung und ermöglicht Alice und Bob festzustellen, ob der geschickte Schlüssel tatsächlich geheim ist und zur Verschlüsselung vertraulicher Nachrichten verwendet werden kann. Daher ist es neben den theoretischen Betrachtungen zur optimalen Güte wichtig zu wissen, wie gut im Experiment geklont werden kann.

Während eine der Oxforder Gruppen in Form von unterschiedlichen Kernspins realisierte Qubits mit Hilfe von Kernspinresonanztechniken klonte [1], betrachten die zwei anderen Arbeiten die Vervielfältigung von photonischen Qubits In beiden Fällen wurde die Quanteninformation in Form von Polarisation kodiert. Wir wollen im Folgenden die letzten zwei Experimente etwas näher vorstellen.

Die einfachste Art und Weise, einzelne Photonen zu klonen, basiert auf der stimulierten Emission, die uns zum Beispiel im Laser oder in Glasfaserverstärkern der modernen Telekommunikation begegnet: Eintreffende Photonen stimulieren die Emission weiterer Photonen, deren Eigenschaften denen der ursprünglichen Teilchen entsprechen. Allerdings gibt es keine stimulierte Emission ohne spontane Emission, das heißt neben den perfekten Klons gibt es immer auch spontan emittierte Photonen, deren Eigenschaften nicht mit denen des Originals korreliert sind. Interessanterweise stellt sich heraus, dass die Güte der von einer solchen Kopiermaschine hergestellten Kopien genau der oben angegebenen optimalen Güte entspricht.

Das Experiment der Genfer Gruppe [3] beruht genau auf dieser Idee. Ein stark abgeschwächter Laser wurde in einen Telekommunikations-Glasfaserverstärker geschickt. Die Länge des Verstärkers, eine erbiumdotierte Glasfaser, wurde dabei so gewählt, dass der Verstärkungsfaktor in etwa 2 beträgt. Mithilfe eines Polarisationsanalysators konnten die Forscher die Intensität des im Originalzustand aus dem Verstärker austretenden Lichtes messen und durch Vergleich mit der Gesamtintensität die Güte der Klone bestimmen. Sie fanden nahezu optimales Klonen, unabhängig von der Intensität des eingestrahlten Lichtes. Für die Verdopplung eines Photons pro Mode ergab sich eine Güte von 0,82.

Auch das Experiment der Oxforder Gruppe um Dik Bouwmeester [2] basiert auf stimulierter Emission, anders als bei der Genfer Gruppe wurde jedoch die so genannte parametrische Fluoreszenz ausgenutzt. Bei diesem Prozess wird ein starker, hier sehr kurzer Laserpuls in einen nichtlinearen Kristall fokussiert. Von Zeit zu Zeit passiert es, dass ein Photon des Pumppulses spontan in zwei Photonen zerfällt. Die Wechselwirkung zwischen Kristall und Licht wurde so gewählt, dass die beiden erzeugten Photonen in verschiedene Richtungen emittiert werden und dass ihre Polarisation völlig undefiniert ist. Der Prozess entspricht somit der bereits angesprochenen spontanen Emission. Wie beim Faserverstärker lässt sich die Emission eines Photonenpaares aber auch stimulieren. Dazu schickten die Physiker zusätzlich und simultan zum Pumppuls einen stark abgeschwächten Puls in den Kristall, dessen Wellenlänge der Wellenlänge der erzeugten Photonenpaare entspricht. Es ist der Polarisationszustand dieses zusätzlichen Pulses, der meistens kein, manchmal ein und ganz selten mehr als ein Photon beinhaltet, der auf ein Photon des Paares übertragen wird. Indem sie den zu klonenden Puls gegenüber dem starken Pumppuls verzögerten, konnten die Forscher

Dr. Wolfgang Tittel, Danish Quantum Optics Center, Institute of Physics and Astronomy, University of Aarhus, Ny Munkegade, DK-8000 Aarhus, Dänemark

zwischen optimalem Klonen und rein spontaner Emission variieren. Aus dem Vergleich der in den beiden Fällen gemessenen Wahrscheinlichkeiten, beide Photonen gleichermassen polarisiert vorzufinden, ergibt sich eine Güte von 0,81, ebenfalls nahe des optimalen Wertes für das Verdoppeln eines Qubits.

Klonen von Photonen ist also gar nicht so schwer! Dennoch wird die Physik wohl von einer Klondebatte verschont bleiben. Auch wenn man irgendwann Schrödinger-Katzen klonen sollte, sie werden nie identisch sein.

Wolfgang Tittel

[1] *H. K. Cummins, C. Jones, A. Furze, N. F. Soffe, M. Mosca, J. M. Peach* und *J. A. Jones*, Phys. Rev. Lett. **88**, 187901 (2002).
[2] *A. Lamas-Linares, C. Simon, J. Howell* und *D. Bouwmeester*, Science **296**, 712 (2002).
[3] *S. Fasel, N. Gisin, G. Ribordy, V. Scarani* und *H. Zbinden*, http://de.arxiv.org/abs/quant-ph/0203056.
[4] *W. Tittel, J. Brendel, N. Gisin, G. Ribordy* und *H. Zbinden*, Phys. Bl. Juni 1999, S. 25.

Berry-Phase gemessen

Transportmessungen in mesoskopischen Ringen aus GaAs zeigen Hinweise auf die geometrische quantenmechanische Berry-Phase von Elektronenspins.

Knapp zwanzig Jahre sind bereits vergangen seit Michael Berrys grundlegender Arbeit zu der später nach ihm benannten geometrischen Phase in der Quantenmechanik [1]. Bereits oder erst, schließlich beruht ihre Existenz allein auf den fundamentalen Gesetzen der Quantenmechanik, die schon ein halbes Jahrhundert länger bekannt sind. Nach frühen Experimenten aus der Festkörperphysik [2] gelang es nun Jeng-Bang Yau und Kollegen von der Princeton University, die Berry-Phase in einem mesoskopischen Ring aus GaAs nachzuweisen [3].

Die Berry-Phase tritt auf in Quantensystemen, die von veränderlichen äußeren Parametern $\boldsymbol{R}(t)$ (z. B. Magnetfeld) abhängen – vorausgesetzt, die Parameter ändern sich adiabatisch, das heißt so langsam, dass sich ein Eigenzustand $|\psi_n(0)\rangle$ des Systems zum Zeitpunkt $t=0$ zu einem Eigenzustand $|\psi_n(t)\rangle$ des Systems zum Zeitpunkt t entwickelt. Wenn wir nun die Zeitentwicklung des Zustands $|\psi_n(t)\rangle$ durch Einsetzen in die Schrödinger-Gleichung berechnen, so finden wir neben der üblichen dynamischen Phase eine weitere Phase γ_g. Dieser wurde jedoch in den Anfängen der Quantenmechanik keine Aufmerksamkeit geschenkt, denn sie lässt sich durch die Wahl von anderen Eigenzuständen „wegtransformieren“. Aber Vorsicht! Für einen geschlossenen Weg, $\boldsymbol{R}(0)=\boldsymbol{R}(T)$, geht dies nicht mehr: Die Phase γ_g ist unabhängig von dieser Wahl. So kam Michael Berry zu der entscheidenden Erkenntnis, dass γ_g beobachtbare Auswirkungen haben kann. Die Berry-Phase γ_g hängt übrigens nur von der Form des Weges $\boldsymbol{R}(t)$ ab und nicht etwa davon, wie dieser (adiabatisch) in der Zeit durchlaufen wird. Effekte, die von geometrischen Phasen verursacht sind, waren bereits vor Berry bekannt, wie dies in [4] ausführlich beschrieben ist.

Um nun eine Vorstellung der geometrischen Bedeutung der Berry-Phase zu erhalten, betrachten wir einen Spin 1/2 in einem Magnetfeld $\boldsymbol{B}(t)$, welches seine Richtung im Laufe der Zeit ändert. Wenn $\boldsymbol{B}$ genügend stark ist, bleibt der Spin parallel (oder antiparallel) zu $\boldsymbol{B}$ ausgerichtet, was der adiabatischen Annahme entspricht. Physikalisch bedeutet dies, dass der Spin viele Male um das Feld präzessieren kann, bevor dieses seine Richtung wesentlich ändert. Für eine geschlossenen Kurve von $\boldsymbol{B}(t)$ ist die Berry-Phase der halbe Raumwinkel, welchen $\boldsymbol{B}(t)$ aufspannt – γ_g ist demnach ein geometrisches Objekt (Abb. 1).

Wie aber lässt sich die Berry-Phase experimentell nachweisen? Wie D. Loss, P. M. Goldbart und A. V. Balatsky gezeigt haben, lässt sie sich in mesoskopischen Systemen beobachten, da sie Auswirkungen auf den elektrischen Strom durch einen phasenkohärenten, wenige Mikrometer großen Ring in einem inhomogenen Magnetfeld hat [5]. Elektronen kommen hierbei auf der einen Seite des Ringes herein und fließen, analog zum Doppelspaltversuch, gleichzeitig durch beide Arme des Ringes. Die Bewegung des Elektronenspins durch den Ring führt zu einer Berry-Phase, ähnlich wie die bewegte Ladung eines Elektrons zu einer Aharonov-Bohm-Phase. Da beide Anteile der kohärenten Überlagerung das Magnetfeld im jeweiligen Arm des Ringes erfahren, akkumulieren sie unterschiedliche Phasen. Kommen die Anteile auf der anderen Seite des Ringes wieder zusammen, interferieren sie konstruktiv oder destruktiv: Es fließt viel oder wenig Strom; das so entstehende Interferenzmuster im Strom gibt Aufschluss über die Berry-Phase.

Die adiabatische Annahme ist für Halbleiterringe mit experimentell erreichbaren Feldstärken gerechtfertigt. Dies selbst für ballistische Ringe, in denen die Elektronen nicht streuen und sich also zügig durch das Magnetfeld bewegen. Anstelle eines externen inhomogenen Magnetfeldes führt auch ein effektives Magnetfeld, welches mittels der Spin-Bahn-Kopplung erzeugt wird, zu einer Berry-Phase [6]. Bewegt sich nämlich ein Elektron durch ein homogenes elektrisches Feld, entsteht im Ruhesystem des Elektrons ein an den Spin koppelndes Magnetfeld. Dieses effektive Magnetfeld steht senkrecht zur

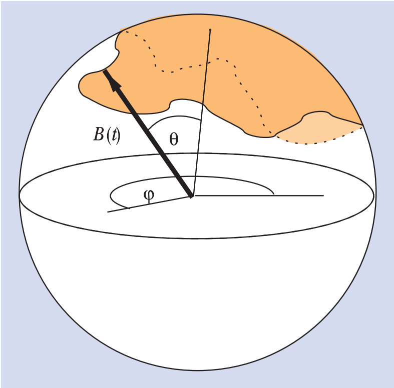

Abb. 1:
Die Berry-Phase γ_g ist eine geometrische Phase, die ein quantenmechanischer Zustand in einem sich adiabatisch verändernden äußeren Feld erhalten kann. Für ein Spin-1/2-Teilchen in einem Magnetfeld *B* ist γ_g die Hälfte des vom Magnetfeld eingeschlossenen Raumwinkels (orange); die parallele oder antiparallele Ausrichtung des Spins definiert das Vorzeichen von γ_g.

Bewegungsrichtung, zeigt also während eines Umlaufes durch den Ring in radiale Richtung. Durch Kombination mit einem äußeren homogenen Magnetfeld senkrecht zum Ring lässt sich ein inhomogenes Magnetfeld mit beliebiger Neigungsachse, wie in Abb. 2 gezeigt, erzeugen.

J.-B. Yau, E. P. De Poortere und M. Shayegan verwenden einen GaAs-Ring mit Spin-Bahn-Kopplung und untersuchen dessen elektrischen Widerstand als Funktion des äußeren Magnetfeldes. Dieser zeigt Interferenzmuster, verursacht durch Berry- und Aharonov-Bohm-Phasen. Zudem treten Effekte einer zusätzlichen Phase auf, die von den unterschiedlichen Geschwindigkeiten der beiden Spinrichtungen herrührt. Die Autoren zeigen, dass sie das gemessene Interferenzmuster (bzw. dessen Fourier-Transformierte) nur dann