

# Qubits, Gatter und Register

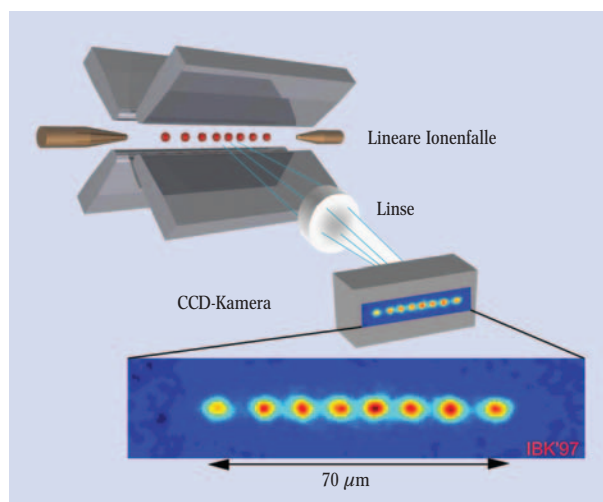
Grundlagen des Quantencomputings mit quantenoptischen Systemen

J. Ignacio Cirac und Peter Zoller

Zwar ist ein funktionierender Quantencomputer noch Zukunftsmusik, doch die theoretischen Grundlagen für seine Funktion, gewissermaßen sein Schaltplan, stehen bereit. Die Grundbausteine eines Quantencomputers lassen sich bereits mit gespeicherten Ionen oder mit neutralen Atomen in optischen Gittern realisieren. Letztere versprechen darüber hinaus die erste nichttriviale Anwendung der Quanteninformationsverarbeitung: die Simulation von bestimmten Vielteilchensystemen, die für klassische Computer unzugänglich sind.

Die bemerkenswerte Entwicklung der Quantenoptik während der letzten zehn Jahre basiert zu einem guten Teil auf Fortschritten bei der Kontrolle von Quantensystemen auf der Ebene einzelner Quanten. Gleichzeitig ist es gelungen, unerwünschte Wechselwirkung mit der Umgebung, die zu einer Dekohärenz des Systems führen, zu unterdrücken. Diese Leistungen, die am besten durch die Speicherung und Manipulation einzelner Atome, Ionen und Photonen illustriert werden, sind Ausgangspunkt für die kontrollierte Erzeugung interessanter Quantenzustände. In der Zwischenzeit werden auch zusammengesetzte Systeme aus einigen Photonen und Atomen untersucht, wobei auch weiterhin das Ziel der Kontrolle einzelner Teilchen im Vordergrund steht. Diese Systeme erlauben es, verschränkte Quantenzustände zu untersuchen, sowohl im Hinblick darauf, die Grundlagen der Quantenphysik für immer größere Systeme zu überprüfen, als auch im Licht möglicher Anwendungen wie Quanteninformationsverarbeitung und Präzisionsmessungen [1, 2].

Die Quantenoptik zeichnet sich durch eine Synergie von Theorie und Experiment aus, wobei sich der von der Theorie vorgezeichnete Weg der Querverbindungen von Quantenoptik und Quanteninformation in den bemerkenswerten experimentellen Erfolgen niederschlug. Wir werden diese im Folgenden an zwei Beispielen im Detail diskutieren, nämlich lasergekühlten Ionen [3–9] und kalten atomaren Gasen in op-



**Abb. 1:** In einer linearen Falle lassen sich Ionen aufgereiht einfangen (unten: CCD-Abbildung) und für die Quanteninformationsverarbeitung manipulieren. (Quelle: R. Blatt, Innsbruck).

tischen Gittern [10–14]. Diese beiden Beispiele zeigen insbesondere auch die verschiedenen komplementären Aspekte und Stärken dieser atomphysikalischen Systeme auf. Systeme aus einigen gespeicherten Ionen haben es wie kein anderes System erlaubt, verschränkte Zustände kontrolliert zu erzeugen, und gelten als einer der herausragendsten Kandidaten für den Bau skalierbarer Quantenrechner [1, 2]. Atome in optischen Gittern, die von Bose-Einstein-Kondensaten oder aus einem Reservoir kalter entarteter Fermi-Atome mit genau einem Atom pro Gitterplatz geladen werden können,

liefern uns eine große Zahl von sog. Quantenbits, die sich in massiv parallelen Operationen verschränken lassen. Dies verspricht die Entwicklung von Quantensimulatoren, aber auch Einsicht in andere Gebiete der Physik wie zum Beispiel hochkorrelierte Vielteilchensysteme, wie sie in der Festkörperphysik von großem Interesse sind.

Im Folgenden werden wir in qualitativer Weise die Grundideen und Errungenschaften von kalten gespeicherten Ionen und Neutralatomen in optischen Gittern im Hinblick auf Quanteninformation zusammenfassen. Weiterhin diskutieren wir zukünftige Perspektiven für diese Systeme, Modellsysteme

## KOMPAKT

- ▶ Die Grundbausteine eines Quantencomputers sind die aus Zwei-Niveau-Systemen bestehenden Qubits.
- ▶ Ketten von mehreren Qubits bilden Quantenregister. Eine Quantenrechnung entspricht einer unitären Operation auf den Zuständen des Registers und lässt sich in Ein- und Zwei-Qubit-Gatter zerlegen.
- ▶ In den letzten Jahren ist es gelungen, die für einen Quantencomputer notwendigen Ein- und Zwei-Qubit-Operationen mit Ionen und neutralen Atomen zu realisieren.
- ▶ Atome in optischen Gittern eignen sich prinzipiell dazu, die Zeitentwicklung von Vielteilchensystemen aus Bosonen, Fermionen oder Spins zu simulieren.

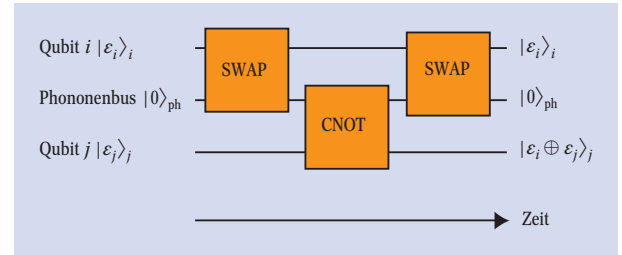
Prof. Dr. J. Ignacio Cirac, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, 85748 Garching;  
Prof. Dr. Peter Zoller, Institut für Theoretische Physik der Universität Innsbruck und Institut für Quantenoptik und Quanteninformation der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, A-6020 Innsbruck

von Quantenrechnern und Quantensimulatoren zu bauen. Dieser Artikel ist insbesondere auch als Einleitung und als qualitativ gehaltene theoretische Ergänzung zu den experimentell orientierten Artikeln von R. Blatt über Ionenfallen-Quantencomputer und G. Birkel über Quanteninformationsverarbeitung mit neutralen Atomen gedacht, die beide im Detail auf die neueren experimentellen Entwicklungen eingehen.

### Kalte gespeicherte Ionen

Lasergekühlte gespeicherte Ionen wurden bereits in den Anfängen der Quanteninformation als ein vielversprechendes Modell eines Quantencomputers vorgeschlagen [3]. Unmittelbare Motivation war die Entdeckung des Shorschen Algorithmus zum Faktorisieren großer Zahlen im Jahre 1994 [1]. Gespeicherte Ionen wurden ursprünglich als Werkzeug für Hochpräzisionsmessungen und atomare Uhren [15] entwickelt. Ionen lassen sich in Paul- oder Penning-Fallen einfangen und mit Lasern in den Schwingungsgrundzustand kühlen. Mithilfe von Laserlicht ist es möglich, ihre internen

elektronischen Zustände zu manipulieren, und Zustandsmessungen können mit der Methode der Quantensprünge zu praktisch 100 % ausgelesen werden. Die gespeicherten Ionen wechselwirken stark über die Coulomb-Abstoßung und lassen sich in guter Näherung von Umgebungseinflüssen abschirmen.



**Abb. 2:** Zwei jeweils auf einem Ion lokalisierte Qubits  $i$  und  $j$  lassen sich mit einer CNOT-Operation verknüpfen (siehe Text Gl. (1)), indem man die kollektiven Formschwingungen (Phononen) als Quantendatenbus nutzt. Die SWAP-Operation schreibt Qubit  $i$  auf den Datenbus und wieder zurück (nach [3]).

### Quantencomputer: Grundbausteine und Algorithmen

Der Grundbaustein eines Quantencomputers ist ein *Quantenbit* oder *Qubit*, d. h. ein Zwei-Niveau- oder ein Spin-1/2-System mit logischen Zuständen  $|0\rangle, |1\rangle$ . Eine Kette von  $N$  Qubits entspricht einem *Quantenregister*. Der allgemeine Zustand eines Register ist der verschränkte Zustand

$$|\psi\rangle = \sum_{\{x_i=0,1\}} c_{x_{N-1}x_{N-2}\dots x_0} |x_{N-1}x_{N-2}\dots x_0\rangle$$

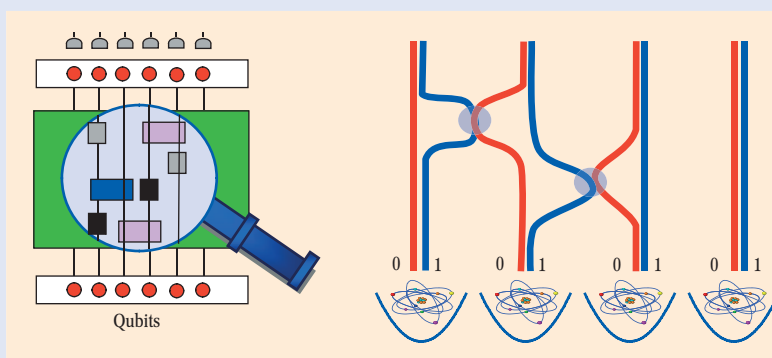
im  $2^N$ -dimensionalen Produkt-Hilbert-Raum der Qubits.

Eine Quantenrechnung entspricht einer unitären Operation  $\hat{U}$  auf den Zustand des Quantenregisters,  $|\psi\rangle \rightarrow \hat{U}|\psi\rangle$ . Wie in [1] gezeigt, lassen sich diese unitären Operationen  $\hat{U}$  in eine Folge von Ein- und Zwei-Qubit-Gattern zerlegen (Abb. i): Ein *Ein-Qubit-Gatter* entspricht der allgemeinen Rotation eines Spin-1/2, welches das Qubit darstellt. Ein *Zwei-Qubit-Gatter* entspricht einer nichttrivialen Verschränkungsoperation eines Paares von Qubits, z. B. in der Form eines Controlled-NOT (CNOT)  $|x_1\rangle|x_2\rangle \rightarrow |x_1\rangle|x_1 \oplus x_2\rangle$  wobei  $\oplus$  die Addition

modulo 2 bezeichnet. Ein zweites Beispiel ist ein Phasengatter  $|x_1\rangle|x_2\rangle \rightarrow (-1)^{x_1x_2} |x_1\rangle|x_2\rangle$ . Der letzte Schritt ist das Auslesen des Qubits in Sinne einer Von-Neuman-Messung.

Beispiele für Quantenalgorithmen sind der *Shorsche Algorithmus* für die Primfaktorenzerlegung und die *Groversche Datenbanksuche*. Das konzeptuell einfachste Beispiel ist wohl der *Deutsch-Josza-Algorithmus*, der es erlaubt, in einem *einzigem* Lauf des Quantencomputers zu entscheiden, ob eine Funktion  $f(\epsilon)$  mit  $\epsilon = 0, 1$  eine gerade oder ungerade Funktion ist, entsprechend  $f(0) + f(1)$  gerade oder ungerade. Ein klassischer Computer benötigt dafür hingegen zwei Schritte, entsprechend der Auswertung der Funktionen  $f(0)$  und  $f(1)$ . Ein entsprechender Schaltkreis mit Zerlegung in Quantengattern findet sich in [1].

Die physikalischen Erfordernisse der Implementierung eines Quantencomputers (Abb. ii) werden durch die *DiVincenzo-Kriterien* zusammengefasst [2] (vgl. den Infokasten im einleitenden Artikel).



**Abb. i:** In einem Quantencomputer werden Qubits in einem Anfangszustand präpariert, mit einer Folge von Ein- und Zwei-Qubit-Gattern verarbeitet, und der Endzustand wird ausgelesen (von unten nach oben)

**Abb. ii:** Schema einer quantenoptischen Implementierung eines Quantencomputers: einzelne Atome werden in Fallen gespeichert und durch qubit-abhängige Wechselwirkungen verschränkt.

Gespeicherte Ionen (Abb. 1) sind durch externe Freiheitsgrade der Schwerpunktbewegung und interne elektronische bzw. Spin- oder Hyperfeinzustände zu beschreiben. Insbesondere lassen sich Quantenbits (Qubits) auf interne Zustände abbilden, welche wir mit  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  bezeichnen werden (vgl. Infokasten „Quantencomputer“). Diese Zustände müssen langlebig sein, um die Kohärenz der Quantenrechnung zu erhalten. Dies kann man dadurch erreichen, dass man Hyperfeinzustände des atomaren Grundzustandes oder metastabile Zeeman-Niveaus wählt, für die spontaner Zerfall entweder nicht vorhanden oder stark unterdrückt ist.

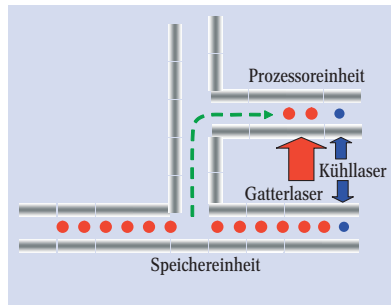
Um eine Quantenrechnung auszuführen, werden zunächst alle Qubits durch optisches Pumpen im Zustand  $|0\rangle$  präpariert: Wann immer sich ein Ion in einem anderen Zustand befindet, wird es durch einen Laser auf einen elektronischen Zustand angehoben, von dem es spontan in einen der anderen Zustände zerfällt, bis der gewünschte Zustand besetzt ist. Ist die Rechnung abgeschlossen, kann man den Zustand des Ions mit der Methode der Quantensprünge auslesen [15]. Die Idee besteht darin, die Ionen mit Laserlicht geeigneter Frequenz und Polarisation zu beleuchten, sodass das Ion im Zustand  $|0\rangle$  keine Photonen absorbiert, während es in  $|1\rangle$  Photonen absorbiert und emittiert. Wann immer Fluoreszenz detektiert bzw. nicht detektiert wird, entspricht dies einer Zustandsmessung im Zustand  $|1\rangle$  bzw.  $|0\rangle$ .

Quantenrechnen selbst erfordert die Implementierung von Ein- und einem speziellen Zwei-Qubit-Gatter (s. Infokasten „Quantencomputer“). Die ersteren können auf jedem Atom unabhängig ausgeführt werden und entsprechen einer Drehung der internen Zustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  mit einem Laser (bzw. einem Paar von Laserstrahlen, wenn zwei Grundzustände über einen Raman-Prozess gekoppelt werden). Durch entsprechende Wahl der Frequenz und Intensität des Lasers lassen sich solche allgemeinen Ein-Qubit-Operationen ausführen. Eine Bedingung dafür ist, dass sich die Ionen einzeln adressieren lassen.

Zwei-Qubit-Operationen entsprechen der Verschränkung zweier Ionen: Die Voraussetzung dafür ist eine kontrollierte Wechselwirkung zwischen den Ionen, welche durch die Coulomb-Kopplung der Ionen erreicht wird. Diese Kraft ist jedoch nicht zustandsabhängig und reicht daher nicht aus, um selbst ein Gatter zu er-

zeugen. Die in [3] erstmals vorgeschlagene Idee besteht darin, die internen Zustände über den Laser an die externen Zustände zu koppeln, welche wiederum über die Coulomb-Kraft wechselwirken, um die gewünschte Kopplung der Qubits zu erreichen. Grundlage der

**Abb. 3:** Bei skalierbaren Quantenrechnern mit gefangenen Ionen dienen interne atomare Zustände als Quantenspeicher. Um Ein- bzw. Zwei-Qubit-Gatter auszuführen, werden Ionen vom Speicherbereich in den Prozessorbereich bewegt. Aufheizen durch den Transport der Ionen lässt sich durch sympathetisches Laserkühlen mit einer anderen Ionensorte unterdrücken. (nach [4])



Kopplung der internen Zustände an die Bewegung ist der Photonenrückstoß, der mit einem internen laserinduzierten Übergang verbunden ist. Wie in Abb. 2 skizziert, besteht eine Verschränkungsoperation entsprechend einem CNOT-Gatter,  $|\varepsilon_i\rangle|\varepsilon_j\rangle \rightarrow |\varepsilon_i\rangle|\varepsilon_i \oplus \varepsilon_j\rangle$  (siehe Infokasten „Quantencomputer“) aus zwei Elementen. Dabei bezeichnet  $|\varepsilon_{i,j}\rangle$  mit  $\varepsilon = 0, 1$  die beiden internen Zustände des Ions  $i$  und  $j$ , auf welche die Gatteroperation angewandt werden soll, und  $\oplus$  bedeutet Addition modulo 2. Eine SWAP-Operation schreibt das Qubit 1 auf eine der kollektiven Schwingungsmoden der Ionenbewegung (Phononen); z. B. die Schwerpunktsmode, bei der alle Ionen in Phase miteinander schwingen. Dies ergibt  $(\alpha|0\rangle_j + \beta|1\rangle_j)|0\rangle_{\text{ph}} \rightarrow |0\rangle_j(\alpha|0\rangle_{\text{ph}} + \beta|1\rangle_{\text{ph}})$ . Durch geeignete Lasermanipulation lässt sich ein CNOT auf dem Qubit 2 und dem Qubit 1 im Datenbus ausführen, worauf ein SWAP das Qubit in der Phononmode wieder auf 1 zurückschreibt. Insgesamt erhalten wir also

$$|\varepsilon_i\rangle|\varepsilon_j\rangle|0\rangle_{\text{ph}} \xrightarrow{\text{SWAP}} |0\rangle_i|\varepsilon_i\rangle_{\text{ph}}|\varepsilon_j\rangle_j \quad (1)$$

$$\xrightarrow{\text{CNOT}} |0\rangle_i|\varepsilon_i\rangle_{\text{ph}}|\varepsilon_i \oplus \varepsilon_j\rangle_j \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{SWAP}} |\varepsilon_i\rangle_i|0\rangle_{\text{ph}}|\varepsilon_i \oplus \varepsilon_j\rangle_j. \quad (3)$$

Die kollektive Phononmode spielt die Rolle des Quantendatenbuses, welcher es ermöglicht, das  $i$ . Qubit auf den Bus zu schreiben und am  $j$ . Qubit auszulesen. Der Quantendatenbus wird vor der Operation in den Grundzustand gekühlt und faktorisiert nach der Operation wieder ab.

Das eben beschriebene und dem ursprünglichen Vorschlag [3] entsprechende Zwei-Qubit-Gatter erfordert, die Ionenkette so weit abzukühlen, dass für die mittlere Besetzungszahl  $\langle n \rangle$  der Ionen gilt  $\langle n \rangle \rightarrow 0$ . Dies lässt sich durch Laserkühlen in guter Näherung erreichen. Weiterhin wird auch angenommen, dass sich die Ionen einzeln mit dem Laser adressieren lassen. Während der vergangenen Jahre haben verschiedene Gruppen mehrere Erweiterungen und Vereinfachungen vorgeschlagen, wobei wir insbesondere auf Mølmer and Sørensen, Milburn und Plenio und ihre Mitarbeiter verweisen [2, 15].

Die experimentelle Verwirklichung dieser Ideen begann im Jahre 1995 [6] mit einem das Prinzip demonstrierenden Experiment eines Zwei-Qubit-Gatters. In den letzten Jahren wurden in den Labors von R. Blatt (Innsbruck), D. Leibfried und D. Wineland (NIST Boulder, USA) sowie C. Monroe (Michigan) eine Reihe von bemerkenswerten Erfolgen erzielt (siehe [7–9] und darin zitierte Literatur). Dazu gehören verschiedene Versionen von Zwei-Qubit-Gattern mit hoher Güte sowie die

erstmalige Implementierung des Quantenalgorithmus nach Deutsch und Jozsa [1] mit einem Ion. Höhepunkte des letzten Jahres waren insbesondere die Demonstration von Teleportation und Fehlerkorrektur [1] mit drei Ionen (vgl. den Beitrag von R. Blatt in diesem Heft).

Ein zentraler Punkt zukünftiger Entwicklungen ist die Skalierbarkeit auf eine große Zahl von Qubits. Mit linearen Ionenfallen lassen sich vermutlich Systeme mit einigen zehn Qubits realisieren. Die Skalierung zu einer größeren Zahl von Ionen lässt sich mit segmentierten Ionenfallen erreichen [4, 5]. Nach [4] besteht die Idee darin, einen Speicherbereich für Ionen und einen Prozessorbereich, in dem Quanten-

gatter ausgeführt werden, zu definieren (Abb. 3). Um ein Gatter auszuführen, werden die relevanten Ionen vom Speicher in die Prozessorbereich transportiert, wobei insbesondere die internen Ionenzustände nicht gestört werden – da, wie erwähnt, die Qubits z. B. in internen Spin- oder Hyperfeinzuständen gespeichert werden, die von der nur an die Ladung angreifenden Kraft beim Transport nicht gestört werden. Im Prozessorbereich lassen sich die Ionen wie oben mit Lasern manipulieren und Gatter ausführen. Eine beim Transport durch nichtadiabatische Bewegung verursachte Heizung der Qubit-Ionen lässt sich mithilfe von Ionen einer anderen Spezies rückgängig machen. Über die gemeinsamen Schwingungsmoden führt die Laserkühlung dieser Ionen auch zu einer Abkühlung der Qubit-Ionen (sympathetisches Kühlen). Erste Experimente in diese Richtung wurden bereits am NIST ausgeführt. Im Rahmen der Nanotechnologie werden „Ionenchips“ mit segmentierten Fallen ein wesentlicher Punkt dieser zukünftigen Entwicklungen sein, wobei jedoch hier eine Reihe von grundlegenden Fragen zur Skalierung von Dekohärenz in mesoskopischen Fallen offen sind. Im Licht dieser Experimente scheint skalierbares Quantenrechnen mit diesen Systemen aus momentaner Sicht verwirklichtbar.

Wir erwarten für die nahe Zukunft wesentliche experimentelle Fortschritte auf dem Gebiet der Ionenfallen-Quantencomputer. Vermutlich werden wir eine Reihe von Demonstrationsexperimenten mit bis zu zehn Ionen sehen. Wenn einmal 30 Ionen erreicht sind, dann öffnen sich neue Möglichkeiten z. B. der Simulation von Quantensystemen (s. Infokasten „Quantensimulation“), welche grundsätzlich über die Möglichkeiten erreichbarer klassischer Computer hinausgehen. Ob diese Systeme jemals in den Bereich von mehreren hunderttausend Qubits vorstoßen werden, die beispielsweise für das fehlertolerante Rechnen eines Shor-Algorithmus zur Faktorisierung von 200-stelligen Zahlen erforderlich sind, ist zur Zeit offen. Aus momentaner Sicht ist jedoch kein grundsätzliches Hindernis zu erkennen, das diesem Ziel im Weg steht. Ionenfallen-Quantencomputer sind wohl das einzige heute bekannte System, für das wir diese Behauptung aufstellen können.

### Kalte Atome in optischen Gittern

Bose-Einstein-Kondensate sind eine Quelle einer großen Zahl ultrakalter Atome. In einem Kondensat besetzen infolge der schwachen Wechselwirkung zwischen den Teilchen alle Atome denselben Ein-Teilchen-Grundzustand des Fallenpotentials. Dies entspricht

1) Analog zur Bandstruktur in einem Festkörper aufgrund des periodischen Kristallpotentials führt auch das periodische Potential des optischen Gitters zur Ausbildung von Bloch-Bändern für die Atome.

einem Produktzustand der Wellenfunktionen der Teilchen. Wie erstmals in [10, 11] vorgeschlagen, kann man Gitter einer großen Zahl von identifizierbaren Qubits in einer Mott-Isolator-Phase kalter Atome erreichen, welche sich durch Laden eines atomaren Kondensats in ein optisches Gitter ergibt [10]. Diese Qubits können in massiv parallelen Operationen mit sog. spinabhängigen optischen Gittern verschränkt werden [11], ein Szenario, das experimentell in bemerkenswerter Weise insbesondere in München sowie z. T. am NIST in Washington und an der ETH Zürich realisiert wurde [12, 13].

Optische Gitter sind periodische Anordnungen von Mikrofallen für kalte Atome, wie sie durch stehende Laserfelder erzeugt werden. Atome, welche in optische Gitter geladen werden, besetzen durch ihre niedrige Temperatur nur das niedrigste Bloch-Band.<sup>1)</sup> Die Physik dieser Atome lässt sich im Rahmen eines Hubbard-Modells mit Hamilton-Operator [10]

$$H = - \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} b_i^\dagger b_j + \frac{1}{2} U \sum_i b_i^\dagger b_i^\dagger b_i b_i \quad (4)$$

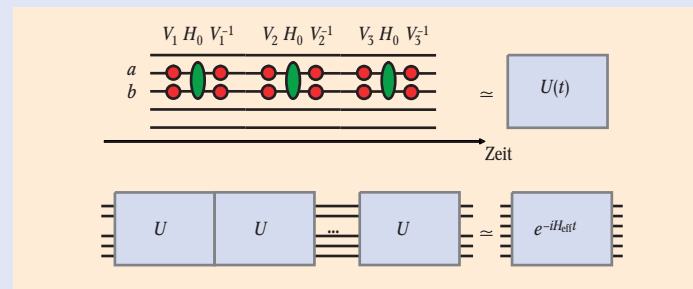
verstehen (Abb. 4). Dabei sind  $b_i$  bzw.  $b_i^\dagger$  bosonische Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren für Atome am jeweiligen Gitterplatz  $i$ ,  $J_{ij}$  sind die Hüpf-

matrixelemente, welche benachbarte Gitterplätze durch einen Tunnelprozess verbinden, und  $U$  sind atomare Wechselwirkungen auf einem Gitterplatz durch Stöße zwischen den Atomen. Die bemerkenswerte Eigenschaft dieser Systeme ist die zeitabhängige Kontrolle der Hüpfmatrixelemente  $J_{ij}$  (kinetische Energie) und der örtlichen Wechselwirkung  $U$  (potentielle Energie) in Abhängigkeit des Lasers, welcher das optische Gitter erzeugt. Eine Vergrößerung der Intensität vertieft die Gitterpotentiale und unterdrückt das Tunneln, während gleichzeitig die atomare Dichte am Gitterplatz und somit die örtliche Wechselwirkung  $U$  sich erhöht. Ein Vergrößern der Intensität wird somit das Verhältnis der kinetischen zur potentiellen Energie,  $J_{ij}/U$ , verkleinern und ein stark wechselwirkendes System erzeugen. Im Falle von bosonischen Atomen ergibt sich ein Quantenphasenübergang, bei dem das System von einem superflüssigen Zustand (dem Kondensat im optischen Gitter) in einen Mott-Isolator übergeht [10]. Im Mott-Bereich lässt sich eine Situation mit exakt einem Atom pro Gitterplatz erzielen, was einer großen Zahl identifizierbarer Quantenbits entspricht. Dieser Quantenphasenübergang wurde erstmals in München in einem bemerkenswerten Experiment realisiert [12]. Eine Verschränkung dieser atomaren Qubits wird

### Quantensimulationen

Wir betrachten ein Quantensystem aus  $N$  Qubits, die sich anfangs im Zustand  $|0\rangle$  befinden [1]. Wir wenden ein Zwei-Qubit-Gatter (entsprechend einer  $4 \times 4$ -Matrix) auf das erste und zweite Qubit an, ein weiteres auf das zweite und dritte etc., bis wir  $N-1$  solcher Gatter ausgeführt haben. Nun messen wir das letzte Qubit in der Basis  $|0\rangle, |1\rangle$ . Wir bezeichnen mit  $p_0$  bzw.  $p_1$  die Wahrscheinlichkeit, 0 oder 1 in dieser Messung zu erhalten. Unser Ziel ist es, diese Wahrscheinlichkeiten mit einer vorgegebenen Präzision zu bestimmen, z. B. 1 %. Ein Weg, die Wahrscheinlichkeiten mit einem klassischen Computer zu bestimmen, ist die Simulation des gesamten Prozesses: Wir nehmen einen Vektor mit  $2^N$  Komponenten und multiplizieren ihn mit einer  $2^N \times 2^N$ -Matrix jedes Mal, wenn wir die Wirkung eines Gatters simulieren. Am Schluss können wir die gesuchten Wahrscheinlichkeiten nach den Standardregeln der Quantenmechanik bestimmen. Sobald jedoch  $N$  von der Ordnung 30 ist, können wir die Vektoren und Matrizen auf keinem existierenden Computer mehr speichern. Weiterhin wird die Zeit, die erforderlich ist, die Gatter anzuwenden, exponentiell mit der Zahl der Qubits wachsen. Mit einem Quantencomputer jedoch muss diese Simulation für das oben genannte Beispiel von 1 % Genauigkeit nur von der Größenordnung 100-mal wiederholt werden, und jede Rechnung bedarf nur  $N-1$  Gatter. Daher sehen wir, dass ein Quantencomputer effizienter ist,

ein Quantensystem zu simulieren – wie bereits Feynman im Jahre 1982 anmerkte [1, 17]. Das gewählte Beispiel ist künstlich gewählt und mit keinem realen physikalischen Problem unmittelbar verknüpft. Es gibt jedoch eine Reihe von physikalischen Systemen, welche nicht mit klassischen Computern simulierbar sind und bei denen Quantencomputer uns neue Einsichten liefern können [17]. Ein spezielles Beispiel sind Spin-Systeme oder Hubbard-Modelle mit Fermionen in der



**Quantensimulator am Beispiel eines Heisenberg-Modells mit dem Hamilton-Operator (i):**

► oben: Die zeitliche Entwicklung entsprechend einem Zeitschritt  $U(t)$  wird aus einer Folge von drei Einzelteilchen-Drehungen  $V_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) und einer Zwei-Teilchen-Ising-Wechsel-

Festkörperphysik. Beispielsweise wird in [18] argumentiert, dass diese zur Klasse der nichtdeterministisch polynomialen (NP) harten Probleme gehören. Neben einer solchen „Digitalsimulation“ ist eine andere Möglichkeit die „Analogsimulation“, d. h. wir bauen ein System mit gleichem Hamilton-Operator (wie z. B. ein Hubbard-

System laut Gl. (4) nach, dessen Parameter gut kontrolliert sind und das mit großer Genauigkeit gemessen werden kann.

Als Illustration betrachten wir die Simulation eines Heisenberg-Modells. Dieses wird beschrieben durch einen Hamilton-Operator

$$H = -J \sum_{\langle a,b \rangle} \tilde{\sigma}^{(a)} \otimes \tilde{\sigma}^{(b)} \equiv -(J/4) \sum_{\langle a,b \rangle} (\sigma_x^{(a)} \otimes \sigma_x^{(b)} + \sigma_y^{(a)} \otimes \sigma_y^{(b)} + \sigma_z^{(a)} \otimes \sigma_z^{(b)}), \quad (i)$$

wobei  $\langle a,b \rangle$  benachbarte Spins bezeichnet. Ziel ist es, diesen Hamil-

wirkung  $H_0$  (rote bzw. grüne Kreise) zusammengesetzt, welche auf Qubits bzw. benachbarte Paare von Qubits wirken (bezeichnet mit  $a$  bzw.  $b$ ). ► unten: Der Operator der effektiven Zeitentwicklung  $\exp(-iH_{\text{eff}} t)$  wird aus einer Folge von Operatoren  $U(t)$  aufgebaut.

ton-Operator stroboskopisch aus physikalisch leicht realisierbaren Operationen und Wechselwirkungen als „effektiven Hamilton-Operator“ der zeitlichen Entwicklung aufzubauen. Nehmen wir an, dass uns – wie im Fall von durch Stöße wechselwirkenden Atomen in spinabhängigen optischen Gittern – eine Ising-Wechselwirkung

$H_0 = -(J/4) \sum_{\langle a,b \rangle} \sigma_z^{(a)} \otimes \sigma_z^{(b)}$  als Baustein zur Verfügung steht. Weiters nehmen wir an, dass wir globale Ein-Teilchen-Drehungen der Spins ausführen können, was sich im Fall von Atomen mit Laserpulsen leicht verwirklichen lässt. Entsprechend der Abb. oben betrachten wir nun eine zeitliche Entwicklung über ein kleines Zeitintervall  $t$ , welche aus drei Schritten besteht:

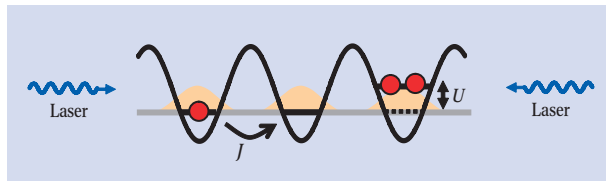
$$U(t) = (V_1 e^{-iH_0 t} V_1^\dagger) (V_2 e^{-iH_0 t} V_2^\dagger) (V_3 e^{-iH_0 t} V_3^\dagger) \quad (ii)$$

$$= 1 - it \sum_{i=1}^3 V_i H_0 V_i^\dagger + \dots$$

$$\approx 1 - iH_{\text{eff}} t + \dots$$

Hierbei sind  $V_1 = 1^{\otimes N}$ ,  $V_2 = (1/\sqrt{2})(1 - i\sigma_x)^{\otimes N}$  und  $V_3 = (1/\sqrt{2})(1 - i\sigma_y)^{\otimes N}$  jeweils Ein-Teilchen-Drehungen der  $N$  Spins, also Ein-Qubit-Operationen. Wie in der Abb. unten dargestellt, können wir durch Zusammenfügen dieser Einzelschritte einen Operator der zeitlichen Entwicklung entsprechend dem Heisenberg-Modell mit Hamilton-Operator  $H$  aufbauen. Da unser Spinmodell translationsinvariant ist, genügt es, Ein-Teilchen-Drehungen und Zwei-Qubit-Wechselwirkungen auszuführen, ohne die einzelnen Spins (Atome) zu adressieren. Weiters merken wir an, dass (ii) als *parallele* Operationen ausgeführt werden. Dieses Beispiel lässt sich sofort auf andere kompliziertere Spin-Hamilton-Operatoren erweitern. Eine Fehlerabschätzung und insbesondere ein Ausblick auf andere Systeme und Konfigurationen findet sich in [19].

durch Kombination der Stoßwechselwirkung zwischen den Atomen mit *spinabhängigen* optischen Gittern erreicht [11]. Dabei wird durch eine geeignete Wahl des internen atomaren Zustands und der Laserkonfiguration erreicht, dass das Qubit im Zustand  $|0\rangle$  ein anderes optisches Potential sieht als das im Zustand  $|1\rangle$ . Dies erlaubt uns, die Atome in Abhängigkeit vom Zustand des Qubits zu verschieben. Insbesondere kön-



**Abb. 4:** Das Hubbard-Modell lässt sich mit kalten Atomen in einem optischen Gitter simulieren, das durch gegenläufig propagierende Laserstrahlen erzeugt wird. Die Atome bewegen sich im niedrigsten Bloch-Band mit einer Hüpffrequenz  $J$ . Atome am gleichen Gitterplatz stoßen sich ab (Wechselwirkungsenergie  $U$ ).

nen wir zwei benachbarte Atome gleichsam „per Hand“ stoßen lassen (Abb. 5), sodass die Komponente der Wellenfunktion mit dem ersten Atom in  $|1\rangle$  und dem zweiten Atom in  $|0\rangle$  eine Phase  $\phi$  aufnimmt, welche der Verschränkung der Atome entspricht. Für Atome in einem gleichgewichteten Überlagerungszustand der beiden internen Zustände ergibt sich ein Phasengatter zwischen benachbarten Atomen (Infokasten „Quantencomputer“)  $|\epsilon_1\rangle_1|\epsilon_2\rangle_{i+1} \rightarrow e^{i\phi}|\epsilon_1\rangle_1|\epsilon_2\rangle_{i+1}$ . Abb. 6 zeigt ein Ramsey-Experiment zur Erzeugung und zum Nachweis von Bell-Zuständen, d. h. von Zuständen der Form  $|\text{Bell}\rangle \sim |0\rangle|1\rangle - |1\rangle|0\rangle$ , mit Hilfe dieser Stoßwechselwirkungen. Diese Idee wurde wiederum in München in einem bahnbrechenden Experiment demonstriert [13].

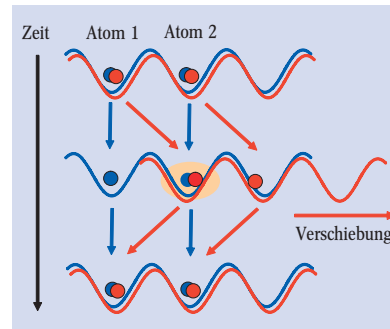
In einem Gitter mit vielen Atomen verschränkt eine einzige Verschiebung in einer Operation alle Qubits. Für drei Atome erzeugt dies einen maximal verschränkten sog. GHZ-Zustand. Für zweidimensionale Gitter erzeugt dies einen Cluster-Zustand, der nach Briegel und Rausendorf eine Ressource für universelles Quantenrechnen in Sinne eines *Einweg-Quantencomputers* darstellt [16].

Der Parallelismus der Verschränkungsoperationen macht „Atome in optischen Gittern“ zu einem Quantensimulator für bosonische, fermionische und Spinsysteme mit kontrollierbaren Teilchenwechselwirkungen, der klassischen Computern nicht zugänglich ist. Durch stroboskopisches Schalten von Laserpulsen und Gitterbewegungen kombiniert mit Stoßwechselwirkungen kann man Folgen von Ein- und Zwei-Qubit-Operationen implementieren, um dem Zeitentwicklungsoperator eines Vielteilchenproblems zu simulieren [17] (s. Infokasten „Quantensimulation“ und Abb. ii im Infokasten „Quantencomputer“). Für translationsinvariante Systeme ist es nicht notwendig, einzelne Gitterplätze individuell anzusprechen, was die Anforderungen im Licht existierender Experimente als realistisch erscheinen lässt.

Andererseits kann man, wie oben erwähnt, Hubbard-Hamilton-Operatoren mit laserkontrollierten Parametern auch direkt mit kalten bosonischen oder fermionischen Atomen in optischen Gitter realisieren. Eine solche „Analog-“Quantensimulation stellt einen direkten Weg dar, Eigenschaften von stark korrelierten Systemen kalter Atome im Labor zu studieren. Dies könnte sich in Zukunft zu einem wichtigen Werkzeug der Festkörper-

und Quantenphysik von Vielteilchen entwickeln und könnte ein gangbarer Weg sein, neuartige Quantenmaterie mit exotischen Eigenschaften im Labor zu erzeugen.

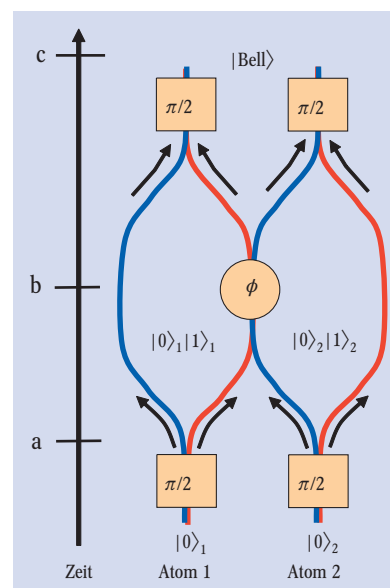
Wir erwarten uns für die nahe Zukunft, dass kalte Atome in optischen Gittern die Grundlage von Simulationen von anderen physikalischen Systemen werden, wie z. B. Fermionen in zwei Dimensionen mit verschiedenen Gitterkonfigurationen [14]. Weiters lassen sich



**Abb. 5:** Kontrollierte Stöße zweier Atome mit internem Zustand  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  (rote und blaue Kreise) in einem verschiebbaren zustandsabhängigen Potential (rotes und blaues Gitter) führen zur Verschränkung der Atome [11, 13]. Dieses Schema liegt Quantensimulatoren mit optischen Gittern zugrunde.

kontrolliert ungeordnete Systeme erzeugen, entweder indem optische Gitter mit Zufallspotentialen überlagert werden oder indem Fremdatome zufällig Gitterplätze besetzen und die sich im Gitter bewegend den Atomen zufällig streuen. Wir erwarten uns auch Fortschritte beim kontrollierten Laden von Atomen, insbesondere dem Laden von optischen Gittern mit räumlichen und Spinnmustern von Atomen. Vermutlich werden wir auch Experimente mit einer kleinen Zahl von Atomen sehen mit dem Ziel, Bellsche Ungleichungen, Teleportation und Fehlerkorrektur zu verwirklichen. Hierzu ist insbesondere die Manipulation und Adressierung von Einzelatomen in optischen Gittern Voraussetzung, wie in ersten Experimenten in Bonn bereits demonstriert wurde.

Obleich sich obige Diskussion im Wesentlichen auf optische Gitter konzentrierte, zeichnen sich Alternativen mit Anordnungen von mikrooptischen oder magnetischen Mikrofallen ab, die beispielsweise das individuelle Adressieren einzelner Qubits und die Verschränkung von bestimmten Qubits erlauben wird. Die oben dargestellten Ideen lassen sich auch direkt auf diese Systeme anwenden. Der Hauptvorteil dieser Systeme wäre ihre offensichtliche Skalierbarkeit.



**Abb. 6:** Ein Bell-Zustand lässt sich in einem Ramsey-Experiment mit zwei stoßenden Atomen in einem Gitter erzeugen (nach [11, 13]). Die zeitliche Entwicklung geht von unten nach oben. Zunächst werden die beiden Atome in einem Produktzustand  $|0\rangle_1|0\rangle_2$  präpariert.  
 ▶ a) Anschließend erzeugt ein  $\pi/2$ -Puls (nichtnormierten) Überlagerungszustand  $(|0\rangle_1+|1\rangle_1)(|0\rangle_2+|1\rangle_2)$ .  
 ▶ b) Ein kohärenter Stoß erzeugt eine Phasenverschiebung  $\phi$ , falls das erste Atom im Zustand  $|1\rangle_1$  und das zweite Atom in  $|0\rangle_2$  ist, d. h.  $|0\rangle_1|0\rangle_2 + e^{i\phi}|0\rangle_1|1\rangle_2 + |1\rangle_1|0\rangle_2 + |1\rangle_1|1\rangle_2$ .  
 ▶ c) Ein letzter  $\pi/2$ -Puls schließt das Ramsey-Interferometer, sodass der Zustand  $(1 - e^{i\phi})|\text{Bell}\rangle + (1 + e^{i\phi})|1\rangle_1|1\rangle_1$  entsteht. Hierbei bezeichnet  $|\text{Bell}\rangle \sim |0\rangle_1(|0\rangle_2 - |1\rangle_2) + |1\rangle_1(|0\rangle_2 - |1\rangle_2)$  einen Bell-artigen Zustand. Für  $\phi = \pi$  entsteht somit ein reiner Bell-Zustand (nach [13]).

## Ausblick

Während der letzten Jahre haben Atomphysik und Quantenoptik enorme Fortschritte bei der Kontrolle und Manipulation von Atomen erzielt. Dies hat unmittelbare Auswirkungen auf die Quanteninformationsverarbeitung, da diese Fortschritte mit atomaren Systemen es uns erlauben, die Bausteine und die grundlegenden Erfordernisse der Quanteninformationsverarbeitung zu realisieren [2]. In diesem Beitrag haben wir dies am Beispiel gespeicherter Ionen und Neutralatome in optischen Gittern vorgeführt.

Die Physik gefangener Ionen ist gut verstanden. Im Hinblick auf den während der letzten Jahre erzielten Fortschritt sehen wir kein grundsätzliches Hindernis, skalierbare Quantencomputer mit gespeicherten Ionen zu bauen. Auf der anderen Seite scheinen neutrale Atome in optischen Gittern ideale Kandidaten zu sein, verschiedene physikalische Vielteilchensysteme zu simulieren. Diese Quantensimulationen können die ersten nichttrivialen Anwendungen der Quanteninformationsverarbeitung sein.

Es gibt auch andere quantenoptische Systeme, die während der letzten Jahre bemerkenswerte Fortschritte erfahren haben, und die eine vergleichbar wichtige Rolle in Zusammenhang mit Quanteninformationsverarbeitung spielen werden. Ein Beispiel ist die Resonator-Quantenelektrodynamik: In München, Caltech, Georgia Tech und Innsbruck ist es gelungen, einzelne Atome in Lichtresonatoren zu speichern, die mit dem Strahlungsfeld im Resonator im Sinne starker Kopplung wechselwirken können. Dies erlaubt einerseits Quantenrechner zu bauen, in denen – in Analogie zum Phononenbus in Ionenfallen – der Austausch von einzelnen Photonen die Implementierung von Quantengattern erlaubt. Weiters erlauben diese Systeme, in Atomen gespeicherte stationäre Qubits in Photonen, d. h. „fliegende“ Qubits zu verwandeln, was besonders für Quantenkommunikation wie z. B. dem Bau von Quantenrepeatern von großem Interesse ist. Ein weiteres aktives Feld sind atomare Ensembles, mit denen es gelungen ist, Quantenzustände von Licht zuverlässig zu speichern und auszulesen, wie auch entfernte atomare Ensembles auf diese Weise zu verschränken.

## Literatur

- [1] *M. Nielsen und I. Chuang*, Quantum Computation and Quantum Information, Cambridge University Press (2000)
- [2] Ein Überblick über laufende und erwartete Entwicklungen der Quanteninformation findet sich unter [www.cordis.lu/ist/fet/qipc-sr.htm](http://www.cordis.lu/ist/fet/qipc-sr.htm) (Quantum Information Processing and Communication: Strategic Report on Current Status, Visions and Goals for Research in Europe)
- [3] *J. I. Cirac und P. Zoller*, Phys. Rev. Lett. **74**, 4091 (1995)
- [4] *D. Kielpinski, C. Monroe und D. J. Wineland*, Nature **417**, 709 (2002)
- [5] *J. I. Cirac und P. Zoller*, Nature **404**, 579 (2000).
- [6] *C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano und D. J. Wineland*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4714 (1995)
- [7] *M. Riebe, H. Häffner, C. F. Roos, W. Hänsel, J. Benhelm, G. P. T. Lancaster, T. W. Körber, C. Becher, F. Schmidt-Kaler, D. F. V. James und R. Blatt*, Nature **429**, 734 (2004)
- [8] *M. D. Barrett, J. Chiaverini, T. Schaetz, J. Britton, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, D. Leibfried, R. Ozeri und D. J. Wineland*, Nature **429**, 737 (2004)
- [9] *J. Chiaverini, D. Leibfried, T. Schaetz, M. D. Barrett, R. B. Blakestad, J. Britton, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, R. Ozeri und D. J. Wineland*, Nature **432**, 602 (2004)
- [10] *D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. Gardiner und P. Zoller*, Phys. Rev. Lett. **81**, 3108 (1998)
- [11] *D. Jaksch, H.-J. Briegel, J. I. Cirac, C. W. Gardiner und P. Zoller*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1975 (1999)
- [12] *M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch und I. Bloch*, Nature **415**, 39 (2002)
- [13] *O. Mandel, M. Greiner, A. Widera, T. Rom, T. W. Hänsch und I. Bloch*, Nature **425**, 937 (2003)
- [14] *M. Köhl, H. Moritz, T. Stöferle, K. Günter und T. Esslinger*, Phys. Rev. Lett. **94**, 080403 (2005)
- [15] *D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe und D. Wineland*, Rev. Mod. Phys. **75**, 281 (2003)
- [16] *R. Raussendorf und H. J. Briegel*, Phys. Rev. Lett. **86**, 5188 (2001)
- [17] *S. Lloyd*, Science **273**, 1073 (1996)
- [18] *M. Troyer und U. J. Wiese*, Phys. Rev. Lett. **94**, 170201 (2005)
- [19] *E. Jané, G. Vidal, W. Dür, P. Zoller und J. I. Cirac*, Quantum Information and Computation, Vol. 3, No. 1, 15 (2003)

## Die Autoren

**J. Ignacio Cirac** ist seit 2001 Direktor und wissenschaftliches Mitglied des MPI für Quantenoptik in Garching. Er studierte Physik an der Universität Complutense in Madrid, wo er 1991 auch promovierte. Anschließend war er Professor an der Universität Castilla-La Mancha, bevor er 1996 an die Universität Innsbruck wechselte. Dort entstanden gemeinsam mit Peter Zoller wegweisende Arbeiten zur Quanteninformationstheorie.



**Peter Zoller** hat in Innsbruck Physik studiert, 1977 promoviert und nach mehreren Auslandsaufenthalten 1980 habilitiert. Von 1991 bis 1994 war er Full Professor am JILA sowie der University of Colorado, Boulder, bevor er 1994 den Ruf auf einen Lehrstuhl für Theoretische Physik in Innsbruck annahm. Für seine bedeutenden Beiträge auf dem Gebiet der Quantenoptik wurde Zoller mehrfach ausgezeichnet, zuletzt erhielt er 2005 die Max-Planck-Medaille der DPG.

