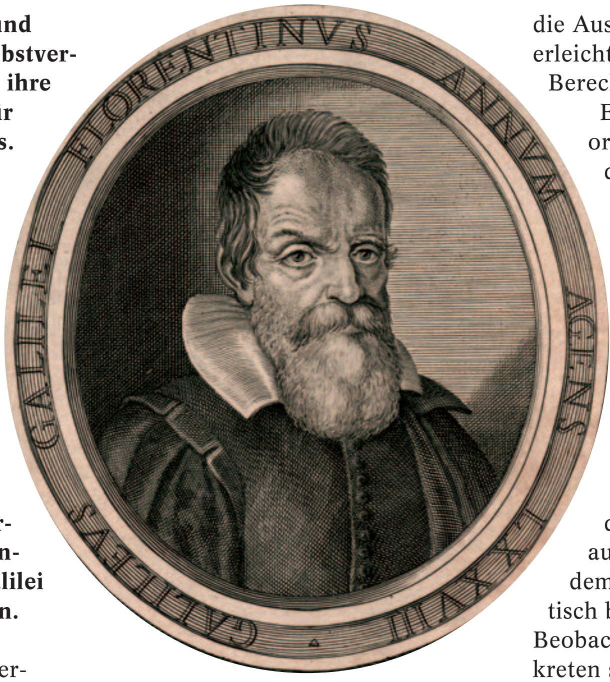
Fehler und Irrtum – Galilei versus Kepler

Der Messfehler bietet eine Zugang zur Geschichte und Philosophie der Physik

Giora Hon

Wissenschaftliche Ansätze und Verfahren, die uns heute selbstverständlich erscheinen, haben ihre Geschichte. Das gilt auch für das Konzept des Messfehlers. Seine Geschichte ist nur zu verstehen, wenn man den Kontext, in dem dieses Konzept entstanden ist, philosophisch analysiert. Dabei gilt es, die stillschweigenden Annahmen, die in den verschiedenen Vorstellungen vom Messfehler enthalten sind, zu erschließen. Hier soll der Messfehler als Zugang zu den unterschiedlichen Arten wissenschaftlichen Erkennens dienen, wie sie von Galilei und Kepler vertreten wurden.



◂ **Galileo Galilei (1564–1642) entwickelte anhand von astronomischen Messungen eine Theorie des Messfehlers, die das Verhältnis zwischen Beobachtung und Rechnung berücksichtigt. Dabei zeigte er sich als wahrhaft moderner Wissenschaftler, der seiner Zeit weit voraus war. (Alle Abbildungen: Burndy Library)**

Vergleicht man die unterschiedlichen Auffassungen, die Galilei und Kepler zum Messfehler und den Bedingungen seines Auftretens entwickelten, treten die gegensätzlichen Charakteristika ihrer jeweiligen Ansätze deutlich hervor. Es zeigt sich, dass zumindest im 17. Jahrhundert das Konzept des Messfehlers weder neutral noch allgemein gültig war. Seine historische Entwicklung war vielmehr geprägt durch metaphysische Annahmen und methodologische Überlegungen.

Beobachtung und Rechnung

Galilei stellt in seinem berühmten *Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme* (1632) fest:

> Ihr müsst aber wissen, dass das hauptsächliche Ziel der Astronomen von Fach kein anderes ist, als nur Rechenschaft von den Erscheinungen an den Himmelskörpern abzulegen. Um diese und die Bewegungen der Gestirne zu erklären, suchen sie einen passenden Aufbau durch Zusammensetzung von Kreisen herzustellen, derart, dass die auf Grund einer solchen Annahme gewonnenen Rechnungsergebnisse Bewegungen liefern, die mit den Erscheinungen selbst übereinstimmen. ([1], S. 356)

Dahinter steckt die Annahme:

> Wenn also die Beobachtungen der Astronomen richtig und die vom Verfasser angestellten Rechnungen fehlerlos wären, so müsste aus beiden notwendig in allen Fällen genau die nämliche Entfernung sich ergeben ([1], S. 296).

Dies ist zum wichtigsten Lehrsatz aller wissenschaftlichen Unternehmungen geworden. Dennoch, als Galilei darüber berichtete, wie Chiaramonti auf verschiedene Weisen berechnete, in welcher Entfernung von der Erde sich die Supernova von 1572 ereignet hatte, stimmten noch nicht einmal zwei Ergebnisse überein. Es ist das Schicksal der Astronomen, dass „zwar die Aufgabe des rechnenden Fachastronomen eine befriedigende Lösung gefunden habe, nicht aber habe der Astronom als Philosoph sich daran genügen lassen können“ ([1], S. 356). Simplicio – der Gesprächspartner, der im Dialog den aristotelischen Standpunkt vertritt, – erklärt daraufhin:

> Ich würde sie [Chiaramontis Berechnungen] sämtlich für fehlerhaft erklären und die Schuld entweder dem Rechner oder den mangelhaften Beobachtungen der Astronomen beimessen. Allenfalls könnte eine, aber auch nur eine, richtig sein; indessen wüsste ich nicht, diese herauszufinden ([1], S. 296).

Dies ist der Kontext, in dem Galilei eine rudimentäre Theorie der Fehlerrechnung entwickelt, eine Art Vorstufe der statistischen Analyse astronomischer Daten, welche die Auswahl der Beobachtungen erleichtern und zu verlässlichen Berechnungen führen soll.

Entscheidend für diese Theorie ist Galileis Verständnis des Verhältnisses zwischen Konkretem und Abstraktem, zwischen Beobachtung und Rechnung. Galilei lässt Simplicio die Ansicht äußern: „Man braucht in der Naturwissenschaft nicht die exquisite mathematische Strenge anzuwenden.“ ([1], S. 245). Es ist also zu erwarten, dass man in der Physik, einschließlich der Astronomie, andauernd auf Diskrepanzen zwischen dem theoretischen, mathematisch berechneten Ergebnis und der Beobachtung des physikalisch Konkreten stößt. Demnach gibt es in der Physik einen inhärenten Fehler; was auch immer man unternähme, um Konkretes und Abstraktes miteinander in Übereinstimmung zu bringen, es würde eine prinzipielle Diskrepanz verbleiben. Dies ist das zentrale Merkmal des Messfehlers. Der aristotelisch argumentierende Simplicio folgert daraus: „mathematische Feinheiten sind gut für das Abstrakte, sie haben aber keinen Sinn bei vernünftigen physikalischen Problemen“. Dies ist das Problem der Idealisierung. Galilei, der im Dialog seine Meinung durch Salviati vertreten lässt, erkennt das Problem an und behandelt es mit großem Scharfsinn. Seine Fehlertheorie ist im Wesentlichen eine Theorie der unglücklichen Zufälle – letztlich ist daran der Berechnende schuld:

> Es wäre in der Tat etwas ganz Neues, wenn die Berechnungen und Operationen mit abstrakten Zahlen schließlich nicht stimmten, sobald man sie *in concreto* auf Gold- und Silbermünzen und Waren anwendet. Wisst Ihr, wie die Sache liegt, Signore Simplicio? Gerade wie der Kalkulator, damit die Zucker-, Seide- und Wollberechnungen stimmen, seine Abzüge für das Gewicht der Kisten, der Verpackung und sonstigen Ballasts machen muss, so muss der Geometer (filosofo geometra), wenn er die theoretisch bewiesenen Folgewirkungen experimentell studieren will, die störenden Einflüsse der Materie in Abrechnung bringen.

Prof. Giora Hon, Department of Philosophy, University of Haifa, Haifa 31905, Israel, hon@research.haifa.ac.il

 1617-9439/04/0202-37

> Wenn er das versteht, so versichere ich Euch, alles wird akkurat ebenso stimmen wie die zahlenmäßigen Berechnungen. Die Fehler liegen also weder an dem Abstrakten noch an dem Konkreten, weder an der Geometrie noch an der Physik, sondern an dem Rechner, der nicht richtig zu rechnen versteht. ([1], S. 220)

Galileis Fehlertheorie scheint im direkten Zusammenhang mit der objektiven Gewissheit zu stehen, die er mathematischen Aussagen zuschreibt. Diese leitet sich einerseits aus ihrer mathematischen Wahrheit und andererseits aus ihrer Korrespondenz zur physikalischen

Auf dem Frontispiz zu Galileo Galileis *Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme* [1] diskutieren Aristoteles, Ptolemäus und Kopernikus miteinander.

Wirklichkeit ab. So lehrt Salviati Simplicio,

> dass die Astronomen und Mathematiker mit Hilfe der Geometrie und der Arithmetik unfehlbare Regeln entdeckt haben, um […] auf eine Spanne genau die Entfernung der Himmelskörper zu ermitteln ([1], S. 301f.).

Unter der Führung Salviatis gelangt Simplicio schließlich zu der Vermutung, dass die Berechnungen der Entfernung des neuen Sterns von 1572 nicht aus fehlerhaften geometrischen oder mathematischen Gesetzen folgten, vielmehr „müssen alle Fehler und Irrtümer […] auf der unrichtigen Messung der Entfernung AE und der Winkel B, C beruhen" ([1], S. 302). Salviati erklärt, „dass die Beobachtungen ohne weiteres irrig sein müssen, sobald aus ihnen folgt, die Winkel A und E [in einem bestimmten astronomischen Dreieck] seien zusammen größer als zwei Rechte [Winkel]" ([1], S. 304). Diese Frage liegt nicht im Bereich des menschlichen Ermessens, wo Galilei zu Folge „weder wahr noch falsch existiert", sondern es ist eine Angelegenheit der Naturwissenschaften,

> deren Schlussfolgerungen wahr und notwendig sind und mit dem menschlichen Willen nichts gemeinsam haben […] hier würden selbst tausend Aristoteles von einem mittelmäßig Begabten im Stich gelassen, der zufällig selbst auf die Wahrheit stieße.[1)]

1) Deutsche Übersetzung nach *G. Galilei*, Dialogue Concerning the Two Chief World Systems, engl. Übersetzung von *S. Drake*, University of California Press, Berkeley (1974), S. 53–54

Tatsächlich steht Aristoteles Reputation auf dem Spiel, denn wenn der neue Stern weiter entfernt wäre als der Mond, wäre Aristoteles im Unrecht. Die Erscheinung eines neuen Sterns wäre nämlich gleichbedeutend mit einer Veränderung des angeblich unveränderlichen Firmaments.

Die mathematische Sprache

Dass Galilei sich der Beobachtungsfehler bewusst war, mag auch erklären, warum er sich bemühte, mathematische Theorien der Beobachtungsinstrumente und ihrer Fehlerquellen zu entwickeln, mit denen er seine Beobachtungen korrigieren konnte [15]. In seinen *Unterredungen und mathematischen Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige* (1638) diskutierte er beispielsweise eine idealisierte Situation und versuchte in seinen Korrekturen zu berücksichtigen, dass der Abstand zwischen seinem Messinstrument und dem Mittelpunkt der Erde im Vergleich zu den Abmessungen seines Messinstruments nicht unendlich, sondern nur sehr groß ist ([2], S. 251f.). Diese Art zu Denken wurzelt in seiner Überzeugung, dass das Universum, das sprichwörtliche Buch der Natur, in der Sprache der Mathematik geschrieben ist ([3], S. 238), sodass Fehler tatsächlich auf einen Rechner zurück gehen, der nicht weiß, wie man eine Berechnung richtig ausführt. Dieser Ansatz hat Galileis kritische Sicht auf den Gebrauch von Messinstrumenten in der Naturwissenschaft, vor allem in der Astronomie, geschärft. Es wurde ihm deutlich bewusst, dass es schwierig ist, eine hohe Genauigkeit zu erzielen,

> teils wegen der Mängel der astronomischen Instrumente, die vielen wechselnden Einflüssen ausgesetzt sind, teils auch durch Schuld derer, die sie mit geringerer Sorgfalt anwenden, als erforderlich wäre. ([1], S. 405).

Galileis Überzeugung, dass die Gewissheit in der Naturwissenschaft und speziell in der Astronomie auf die Mathematik gründet, liegt auch seiner Einsicht über das Auftreten, die Verteilung und die Abschätzung von Beobachtungsfehlern zugrunde. Zunächst stellt er explizit fest, dass

> mittels eines und desselben Instrumentes, an einem und demselben Orte und durch einen und denselben Beobachter, welcher seine Beobachtung tausendmal hat wiederholen können, gleichwohl ein Schwanken um einige, ja häufig auch um viele Minuten vorkommt (Ibid S. 305).

Es ist daher „unmöglich", Beobachtungsfehler auszuschließen und es erhebt sich die drängende Frage, in welchem Bereich diese gestreut sind, und wie dies mathematisch beschrieben werden kann. Galilei lässt Simplicio der Behauptung zustimmen, dass Beobachtungen wie beispielsweise der Stand eines Sterns über dem Horizont

> von der Wahrheit ebenso wohl nach oben als nach unten abweichen, d. h. [die Astronomen] ihn irrtümlich in einem Falle für höher halten können, als er wirklich ist, in einem anderen Falle für tiefer ([1], S. 307).

Die fundamentale Annahme besteht darin, dass der wahre Wert einer bestimmten Beobachtungsgröße tatsächlich existiert. Galilei unternimmt aber keinen Versuch, seine Einsicht über die symmetrische Verteilung der Fehler um den wahren Messwert mit seiner rudimentären Wahrscheinlichkeitstheorie in Beziehung zu setzen, die er beim Studium des Würfelspiels entwickelt hatte ([4]; [16], S. 28–30; [6], S. 41). Bis zur Entwicklung der stochastischen Fehlertheorie von Simpson und Lambert sollte noch ein Jahrhundert vergehen (vgl. etwa [17], S. 164–167).

Gute Daten, schlechte Daten

Galileo ist sich bewusst, dass Ungenauigkeiten bei der Beobachtung der Messdaten das daraus berechnete Ergebnis empfindlich beeinflussen. Die Berechnung des Abstandes eines Himmelskörpers von der Erde hängt direkt von der Winkelmessung ab, sodass „die geringsten Beobachtungsfehler beim Gebrauch des Instrumentes, die bestimmte, mögliche Lage in eine unendliche, unmögliche verwandeln" ([1], S. 308). So kommt es, „dass nämlich bei großen Entfernungen eine Änderung oder, besser gesagt, eine Korrektion von ganz wenigen Minuten den Ort des Sternes um die gewaltigsten Strecken verschiebt" ([1], S. 315). Galilei folgert daraus, „dass die Größe der Beobachtungsfehler sich nicht nach dem Rechenergebnis beurteilen lässt, sondern nur nach der wirklichen Anzahl der Grade und Minuten, die am Instrumente abgelesen werden" ([1], S. 309). Galilei versucht eindeutig den möglichen Zirkelschluss der Argumentation zu durchbrechen, indem er zwischen der Auflösung der Mess-Skala und den berechneten Korrekturen unterscheidet:

> Diejenigen Beobachtungen sind die richtigeren oder minder fehlerhaften zu nennen, die nach Hinzufügung oder Subtraktion der geringsten Minutenzahl den Stern an eine mögliche Stelle versetzen. Unter den möglichen Orten wird man dann denjenigen für den wahren ansehen müssen, in dessen Nähe die Mehrheit der auf Grund der richtigsten Beobachtungen angestellten Rechnungen den Stern rücken (ibid.).

Folglich zeigt Galilei nicht nur Einsicht, wie Beobachtungsfehler das Ergebnis einer Berechnungen beeinflussen können, sondern er hat auch ein intuitives Verständnis für die Mittelung der Fehler, die sich aus einer Prozedur zur Gewichtung der Beobachtungsergebnisse ergibt (vgl. [2], S. 84, 179).

Ausgehend von der Annahme, dass fähige Beobachter „eher wenig als viel geirrt haben" ([1], S. 323), aber dennoch irren, ist es notwendig, ihre Ergebnisse zu korrigieren:

> […] wenn anders aus ihren Beobachtungen soviel Aufklärung als möglich gewonnen werden soll, so ist es angemessen, möglichst kleine und nahe liegende Verbesserungen und Korrekturen anzubringen, vorausgesetzt, dass sie ausreichen, die Beobachtungen aus dem Bereich der Unmöglichkeit in das (sic) der Möglichkeit zu führen ([1], S. 305).

Aufgrund dieser mathematischen Analyse des Beobachtungsfehlers folgert Galilei:

> […] da es ferner klar ist, dass die Beobachtungen, welche den Stern in unendlich weite Ferne versetzen, bei der Reduktion zunächst und unter Anwendung geringerer Abänderungen ihn ans Firmament, nicht aber unter den Mond herabziehen, so sprechen alle diese eher für die Meinung derer, die ihn in die Sphäre der Fixsterne setzen ([1], S. 323).

Die erforderlichen Korrekturen sind in diesem Fall am geringsten. Aus Galileis Sicht ist dieses analytische Verfahren, das Chiaramontis Behauptung widerlegt, es handle sich bei der Supernova um ein sublunares Phänomen, „wahrscheinlicher und evidenter" ([1], S. 324). Es beweist, dass die Nova in den fernsten Regionen des Himmels stattgefunden hat.

A. Hald fasst die Prinzipien, die Galileis Analyse zugrunde liegen, folgendermaßen zusammen ([5], S. 212, Hervorhebungen durch Hald; [16], S. 32–34):

▶ Es gibt nur *eine Zahl*, die den Abstand des Sterns vom Erdmittelpunkt angibt, den *wahren Abstand*.
▶ *Alle* Beobachtungen sind mit Fehlern behaftet, die auf den Beobachter, die Messinstrumente oder andere Bedingungen der Beobachtung zurückgehen.
▶ Die Beobachtungen sind *symmetrisch* um den wahren Wert verteilt, d. h. *die Fehler sind symmetrisch um die Null verteilt*.
▶ Kleine Fehler kommen häufiger vor als große.
▶ Da der Abstand als *Funktion der direkten Winkelmessung* berechnet wird, beeinflussen Fehler die berechneten Abstände, sodass kleine Änderungen der beobachteten Größe zu großen Änderungen des Abstandes führen können.

Zugegebenermaßen hat Galilei diese Prinzipien eher intuitiv angewandt und sie nicht formalisiert. Nichtsdestotrotz ist seine Widerlegung von Chiaramontis Folgerungen eine Tour de Force, in der er eine mathematische Argumentation zur physikalischen Beurteilung möglicher Fehlerquellen einführt, die dem Gebrauch von astronomischen Instrumenten entspringen – ausgehend von dem Prinzip, dass „das, was *in concreto* eintritt, ganz mit dem überein[stimmt], was *in abstracto* eintritt" ([1], S. 220). Galilei zeigt sich hier als wahrhaft moderner Wissenschaftler. Er war seiner Zeit weit voraus. Wie Hald bemerkt, haben Astronomen seine Art der Beurteilung von Messdaten nicht übernommen, bis schließlich Joseph Boscovich (1711–1787) sie ein Jahrhundert später anwandte ([6], S. 160).

Ein System mit Lücken

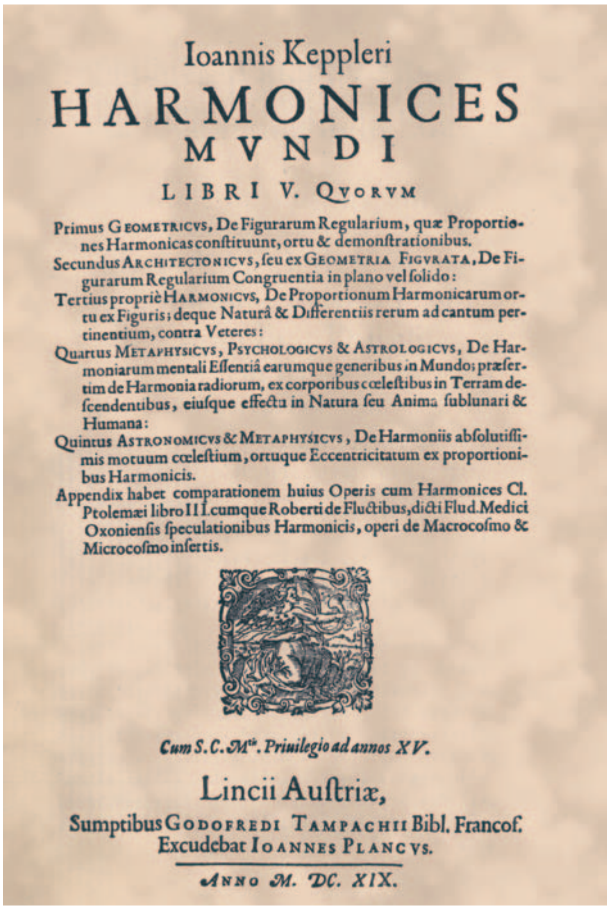
„Es ist schwer zu glauben, dass Kepler noch nicht so viel wusste" ([17], S. 165). Sicher ist, dass auch Kepler sich des Problems experimenteller Fehler bewusst war [7], aber meines Wissens gibt es in keiner seiner Schriften eine explizite, wenn auch rudimentäre mathematische Fehleranalyse, die der von Galilei ähnelt.

◀ **Johannes Kepler (1571–1630) war sich des Problems experimenteller Fehler durchaus bewusst, entwickelte aber nicht wie Galilei eine mathematische Analyse des Messfehlers.**

Im Gegensatz zu Galilei stellt sich Kepler vor, dass es in der Natur eine inhärente Lücke gibt; sie verfügt über so etwas wie einen Freiheitsgrad oder eine Unschärfe, die kein Mathematiker ermitteln kann. Wir sehen bei ihm tastende Versuche, das Problem des Messfehlers zu erklären. Tatsächlich sorgt er sich um die Möglichkeit einer ganzen Kette von Fehlern:

> Wenn ich nun auch mit bestem Grund jene Zerlegung der Welt benützt habe, weil mich der Beweis und der Stand der Sache, die ich mir vorgenommen hatte, dazu zwang, so möchte ich doch nicht, dass sich jemand einbildet, daraus absolut sichere Zahlen entnehmen zu können. Ja, es kann sogar sein, dass gerade diese Zerlegung Quelle weiteren Irrtums wurde ([9], S. 114).

Darüber hinaus legt Kepler auch seine Vorstellungen von einem physikalischen System mit inhärenten Lücken dar, womit er genau genommen das Planetensystem meint. Mit anderen Worten: Die Natur hat im Keplerschen Weltbild ein eingebautes *Spiel*. Demzufolge wäre Galileis Methode, im Materiellen liegende Fehler abzuziehen, um im Konkreten Effekte erkennen zu können, die im Abstrakten bewiesen wurden, nur bis zu einem bestimmten Punkt erfolgreich, nämlich bis zu dem Punkt, an dem die Natur selbst über gewisse Freiheitsgrade verfügt. Bei seinen Berechnungen muss der Wissenschaftler sich dieses Spiels bewusst sein und seine Auswirkungen anerkennen. Das nutzt Kepler auch, um die Schachtelungs-Hypothese (vgl. später) und die Harmonie der Planetenbewegungen zu erklären. Fehler entstehen demnach nicht nur aufgrund falscher Berechnungen, sondern auch durch das der Natur innewohnende Spiel.



Ioannis Keppleri
HARMONICES
MVNDI
LIBRI V. QVORVM

Primus GEOMETRICVS, De Figurarum Regularium, quæ Proportiones Harmonicas constituunt, ortu & demonstrationibus.
Secundus ARCHITECTONICVS, seu ex GEOMETRIA FIGVRATA, De Figurarum Regularium Congruentia in plano vel solido:
Tertius propriè HARMONICVS, De Proportionum Harmonicarum ortu ex Figuris; deque Naturâ & Differentiis rerum ad cantum pertinentium, contra Veteres:
Quartus METAPHYSICVS, PSYCHOLOGICVS & ASTROLOGICVS, De Harmoniarum mentali Essentiâ earumque generibus in Mundo; præsertim de Harmonia radiorum, ex corporibus cœlestibus in Terram descendentibus, eiusque effectu in Natura seu Anima sublunari & Humana:
Quintus ASTRONOMICVS & METAPHYSICVS, De Harmoniis absolutissimis motuum cœlestium, ortuque Eccentricitatum ex proportionibus Harmonicis.
Appendix habet comparationem huius Operis cum Harmonices Cl. Ptolemæi libro III. cumque Roberti de Fluctibus, dicti Flud. Medici Oxoniensis speculationibus Harmonicis, operi de Macrocosmo & Microcosmo insertis.

Cum S. C. Mtis. Priuilegio ad annos XV.

Lincii Austriæ,
Sumptibus GODOFREDI TAMPACHII Bibl. Francof.
Excudebat IOANNES PLANCVS.

ANNO M. DC. XIX.

In der *Weltharmonik* (1619) [13], die von pythagoreisch-platonischen Harmonievorstellungen beeinflusst ist, entwickelte Johannes Kepler in Buch V (hier die Titelseite) sein berühmtes drittes Gesetz der Planetenbewegung.

Es sollte betont werden, dass Galilei die Möglichkeit einer solchen Lücke gänzlich ausschließt. Folgt man Galilei, dann ist die Aussage, dass „*Ereignisse aufgrund unregelmäßiger Bahnen stattfinden* gleichbedeutend mit der Feststellung: *Ich weiß nicht, warum sie eintreten*". Unregelmäßige Bahnen sind nach Galilei solche, die in „keinerlei Weise festgelegt, sondern ungenau und zufällig, d. h. undefinierbar sind." Die Einführung solcher Bahnen ist aus Galileis Sicht „der ‚Sympathie', ‚Antipathie', ‚okkulten Eigenschaften', ‚Einflüssen' und anderen Ausdrücken in keiner Weise überlegen, die Philosophen zur Verhüllung des eigenen Unkenntnis verwenden." Galilei hat eine eindeutige Vorliebe für „aufrichtige Ehrlichkeit" an Stelle von „irreführender Zweideutigkeit" und entscheidet sich daher für die Antwort: „Ich weiß es nicht." ([3], S. 241)

Man stelle diese Sichtweise Galileis dem Versuch Keplers gegenüber, das Argument der Perfektion zu widerlegen, das man seit der Antike anhand der Kreisbahn darlegte:

> Erstens, wären die Bewegungen der Himmelkörper das Werk eines Willens wie man in der Antike glaubte, dann wäre die Folgerung, dass die Planetenbahnen perfekt kreisförmig sind, plausibel […]. Aber die Bewegungen der Himmelskörper sind nicht das Werk eines Willens, sondern der Natur, das heißt der natürlichen Kräfte zwischen den Körpern, oder aber sie sind das Werk eines seelischen Vermögens, das gleichförmig und in Übereinstimmung mit diesen körperlichen Kräften wirkt. Und das ist durch nichts glaubwürdiger bewiesen, als durch die Beobachtung der Astronomen, die, nachdem sie richtigerweise die optischen Täuschungen berücksichtigt haben, folgern, dass nur die elliptische Bahn als wirkliche und einzig wahre Bewegung der Planeten übrig bleibt. Und die Ellipse bezeugt die natürliche körperliche Kraft, die Ausstrahlung und das Ausmaß ihrer Gestalt.
>
> Selbst wenn wir ihnen ihre überirdischen Intelligenzen zugestehen, gelangen sie doch nicht zu dem gewünschten Ergebnis, nämlich der perfekten Kreisbahn […], denn zusätzlich zu einem Willen bedürfte es um der Bewegung willen auch der natürlichen und tierischen Fähigkeiten; diese Fähigkeiten folgen aber ihrer eigenen Neigung (ingenium); auch beugen sie sich nicht dem Diktat eines Willens, den sie nicht wahrnehmen können, sondern machen viele Dinge aus materieller Notwendigkeit. So wundert es nicht, wenn eine Mischung solcher Fähigkeiten keine vollständige Perfektion erlangen kann. ([14], S. 932)

Der Schlüsselbegriff in der Widerlegung der perfekten Kreisbahn ist die „materielle Notwendigkeit". Die tatsächliche Bahn der Planeten ist die Folge verschiedener Ursachen, die nicht nur einem Willen entspringen, sondern auch „natürlichen und tierischen Fähigkeiten", und die Kombination aus Allem ergibt eine „elliptische Kreisbahn […] die wirkliche und einzig wahre Bewegung des Planeten" (ibid.). Man beachte, dass Kepler ausdrücklich die „Täuschungen beim Sehen" abzieht, bevor er aufgrund von Beobachtungen und im Hinblick auf verschiedene andere Ursachen die antike Argumentation für nichtig erklärt.

Keplers Umsetzung dessen, was ich Spiel nenne, hat eine zentrale Rolle in seiner berühmten Schachtelungs-Hypothese. Er stieß auf ernsthafte Schwierigkeiten, als er die fünf regelmäßigen Körper in das kopernikanische System einfügen wollte. Es waren große Abweichungen aufgetreten, als er versuchte, die fünf platonischen Körper mit den kopernikanischen Sphären und den dazu gehörigen Planetenbahnen in Einklang zu bringen. Das störte Kepler erheblich und er teilt mit, dass er „voller Zweifel zögerte fortzufahren, ähnlich einem Mann, der nicht weiß, wie er die Zahnräder einer zerlegten Maschine wieder zusammen fügen soll" ([9], S. 183). Indem er die Lücken im System anerkennt – im Kapitel XXI des *Mysterium cosmographicum* heißt es: „Was aus der Abweichung zu folgern ist" –, gelangt Kepler zu einer Art Versöhnung zwischen den verschiedenen Elementen, die jedoch nicht ganz befriedigend ist. Er startet daher einen Aufruf und lädt andere dazu ein, die Aufgabe zu vollenden und eine adäquate Lösung zu finden ([9], S. 213). Tatsächlich war es Kepler selbst, der auf diesen Aufruf reagierte.

Mehr als 20 Jahre sollten nach der Veröffentlichung der Schachtelungs-Hypothese vergehen, bevor das *Spiel* gerechtfertigt wurde. Das dritte Keplersche Gesetz geht davon aus, dass „weder die Körper oder Figuren den Abstand zwischen den Planeten bestimmen, noch dass es ein solches Verhältnis zwischen den Bewegungen gibt, weil diese vom Einzelfall abhängen" ([9], S. 213). Obwohl die Abstände der Planeten dem Verhältnis der platonischen Körper sehr nahe kommen, bleiben einige Abweichungen übrig. Keplers Erklärung für seine Entdeckung in der *Epitome astronimicae Copernicanae* (1620) verdient eine genauere Untersuchung:

> […] da diese musikalische Ausschmückung eine unterschiedliche Bewegung für jeden Planeten verlangte – einen Unterschied zwischen der langsamsten und der schnellsten Bewegung; und dieser Unterschied entsteht durch eine Variation des Abstandes zwischen dem Planeten und der Sonne; und da es erforderlich ist, dass die Größe oder das Verhältnis dieser Variation für verschiedene Planeten unterschiedlich ist; daher war es notwendig, dass es kleine Abweichungen zu den Abständen der platonischen Körper gibt, die gleichförmig und ohne Schwankungen sind, und es sollte der Freiheit des Komponisten überlassen bleiben, die Harmonien der Bewegung auszudrücken […] nichtsdestotrotz ist das Verhältnis der platonischen Körper aufgrund der sehr kleinen Abweichung nicht unberücksichtigt geblieben ([14], S. 871).

Diese „sehr kleinen Abweichungen" dem „Komponisten" zuzuschreiben, sodass er nach Belieben die Bewegungen harmonisch aufeinander abstimmen konnte, erfordert, dass es einen Spielraum im System gibt. Entscheidend ist, dass dann

> nicht allein die Körper diese Intervalle [z. B. zwischen Jupiter und Mars] oder irgend welche anderen Größen exakt bestimmen, sondern diese Aufgabe blieb einer Ausschmückung der harmonischen Bewegungen überlassen, die eine gewisse Freiheit in der exakten Festlegung dieser Intervalle erfordert ([14], S. 872).

In seinen Schlussbemerkungen zu den harmonischen Bewegungen der Planeten reflektiert Kepler über die Entwicklung seiner astronomischen Forschung. Indem er die fünf Körper eingeführt hatte, konnte er sowohl die (damalige) Zahl der Planeten als auch nahezu die richtige Größe ihrer Abstände erklären; was die verbleibenden Abweichungen betraf, so berief er sich auf den Grad der Genauigkeit, den die Astronomie erreicht hatte. Im Verlauf von 20 Jahren, bemerkt Kepler, hatte die Genauigkeit der astronomischen Messungen zugenommen und doch verblieb ein Unterschied zwischen den Planeten-Abständen und denen der idealen Körper – die Ursache der unterschiedlichen Exzentrizität der Planeten war noch nicht offensichtlich.

> Wie also die Materie nach der Form, der rohe Stein geeigneter Größe nach dem Bild des menschlichen Körpers verlangt, so die figürlichen geometrischen Proportionen nach den Harmonien. Nicht dass diese von jenen gestaltet und gebildet werden. Nein, sondern weil diese Materie zu dieser Form, diese Größe des Steins zu diesem Bild, diese Figurenproportion zu dieser Harmonie am besten passt, findet eine Steigerung der Gestaltung und Bildung statt, der Materie durch ihre Form, des Steins durch seine Ausmeißlung nach der Gestalt eines Lebewesens, der Proportion der Figurenkugeln aber durch ihre, d. h. der ihr verwandten und angemessenen Harmonie. ([13], S. 348)

Man beachte, dass auch hier die Lösung durch Abzüge von der idealen Form gefunden wird, was ich als Erschaffung eines Spiels bezeichne. Um einen Planeten im Sonnensystem zu positionieren, muss man ihm einen platonischen Körper zuordnen, aber das genügt nicht; denn es bedarf der Freiheit – eines Spielraums –, ihn auf harmonische Weise zu bewegen.

Es scheint, als habe es aus Keplers Sicht noch eine andere Fehlerquelle zu berücksichtigen gegeben, eine Quelle, die ein Mathematiker nicht erklären kann. Tatsächlich warnt Kepler davor, dass

> zuweilen der Beobachter in Überschätzung seiner auf die Beobachtung gewandten Mühe und Sorgfalt und in der Meinung, den Ort des Gestirns ganz genau erkannt zu haben, die Ergebnisse in Frage stellt; denn bei der Natur des Lichts und der irreführenden Unbeständigkeit der optischen Bedingungen ist eine so große Empfindlichkeit der Instrumente nicht immer zu erreichen. ([11], S.8)

Dies ist eine sehr realistische Beobachtung, die von gründlicher Kenntnis der praktischen Arbeit eines Astronomen zeugt, wenn dieser die Position der Gestirne zu ermitteln versucht. „Irreführende Unbeständigkeit der optischen Bedingungen“ mag sich nicht für eine mathematische Interpretation eignen, und Galileis *filosofo geometra* mag prinzipiell nicht in der Lage sein, dieses Hindernis mit mathematischer Genauigkeit zu beseitigen. Kepler fügt hinzu, dass die Sinne nicht der mathematischen Genauigkeit folgen und erhält damit ein Konzept für die Fehlerquellen in astronomischen Messungen, das sich von demjenigen Galileis stark unterscheidet. Für Kepler „gibt der physikalische Anteil der Ursache dem Sehsinn keinen Grund für den Fehler“; anders ist es mit dem sinnlichen Teil, der „Phantasmen“ erzeugen kann ([10], S. 338f). Der Astronom, so Kepler, „überführt den Sehsinn eines Fehlers ohne beleidigt zu sein“ (ibid.). In seiner Optik widmet Kepler diesem Problem einen ganzen Abschnitt, Kapitel 5, Abschnitt 5 ([10], S. 226–236) trägt den Titel „Diejenigen Objekte, die vor der Astronomie zurückweichen oder auf fehlerhafter Beobachtung beruhen.“

Ähnlich wie Galilei beweist Kepler eine große Vielseitigkeit bei der mathematischen Behandlung von Fehlern: Die Verwendung der Camera obscura und die Berechnung der dabei erforderlichen Korrekturen illustrieren dies vielleicht am deutlichsten ([10], S. 67–71; [7], S. 580f.). Ein anderes Beispiel ist die Methode zur Korrektur der Exzentrizität, die nebenbei in der *Astronomia nova* (1609) eingeführt wird [12]. Aber wie ich bereits erwähnte, entwickelte Kepler keine mathematische Fehlertheorie nach ähnlichen Richtlinien wie Galilei.

Schlussfolgerung

Um den Unterschied zwischen den beiden illustren Denkern in Bezug auf ihre Ansichten über das Auftreten von Fehlern zusammenzufassen, schlage ich vor, zwischen zwei Wegen zu unterscheiden, auf denen man in die Irre gehen kann – den Weg des Fehlers und den

Weg des Irrtums. Ich assoziierte Fehler mit vermeidbarem Unwissen. Ein Fehler lässt sich vermeiden, weil Wege zu seiner Überprüfung bekannt und verfügbar sind. Im Gegensatz dazu ist ein Irrtum mit unvermeidbarem Unwissen verknüpft, wenn man Techniken auf neuartige Phänomene anwendet, oder wenn man nicht die Gewissheit einer wohl durchdachten und allgemein anerkannten Standardprozedur hat – wenn man sozusagen im Dunkeln tappt. Metaphorisch gesprochen treten Fehler auf, wenn man sich auf einer *terra firma* verläuft, wohingegen die Irrwege bei der Erkundung einer *terra incognita* zu einem Irrtum führen (vgl. [8]).

Es scheint also, als seien in Galileis Fall idealerweise nur Fehler aufgetreten, während in Keplers Weltsicht Irrtümer – zusätzlich zu Fehlern – unvermeidbar waren. Galilei vertritt die Ansicht, dass man die behindernden Faktoren berechnen und abziehen kann, sodass der idealisierte Zustand exakt zutreffend wäre. Kepler hingegen erkennt die Möglichkeit einer bleibenden Diskrepanz an. Diese gegensätzlichen Zugänge spiegeln die unterschiedlichen Vorstellungen der beiden Protagonisten über wissenschaftliche Erkenntnis.

Lassen Sie mich abschließend an Keplers Lob des Schattens erinnern:

> […] die gesamte Optik beruht auf diesen Verfinsterungen der Lichtfiguren, und zwar in einem Maße, dass die *Dunkelheiten* die *Augen* des Astronomen sind, diese Defekte sind ein Füllhorn für die *Theorie*, die *Makel* erhellen die Geister der Sterblichen mit den kostbarsten *Bildern*. O ausgezeichnetes Thema, lobenswert unter allen Völkern, ist das Lob des Schattens! ([10], S. 16).

Könnten wir hier nicht „Schatten“ durch „Irrtum“ ersetzen? Ein Lob also auf den Irrtum, dessen Verständnis den Geist und die Wege der Wissenschaft erhellt.

*

Anne Hardy übersetzte den Artikel aus dem Englischen. Daniel A. Di Liscia von der Kepler-Kommission der Bayerischen Akademie der Wissenschaften überprüfte dabei die Übersetzung der Kepler-Zitate, für die keine deutsche Entsprechung gefunden werden konnte.

Literatur

[1] *G. Galilei*, Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme, das ptolemäische und das kopernikanische (1632), übersetzt von *E. Strauss*, hrsg. von *R. Sexl* und *K. von Meyenn*, Teubner, Stuttgart (1982)

[2] *Galileo Galilei*, Dialog concerning two new sciences [Unterredungen und mathematischen Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend] (1638), engl. Übersetzung von *H. Crew* und *A. de Salvio*, Dover, New York (1954)

[3] *Galileo Galilei*, Discoveries and Opinions of Galileo, engl. Übersetzung von *S. Drake*, Doubleday, New York (1957)

[4] *Galileo Galilei*, 1962: Sopra le Scoperte dei Dadi, engl. Übersetzung von *E. H. Thorne*, in: *F. N. David*, Games, Gods and Gambling, Griffin, London (1962), S. 192–195

[5] *A. Hald,* Galileo's Statistical Analysis of Astronomical Observations, International Statistical Review **54**, 211 (1986)

[6] *A. Hald*, A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750, Wiley, New York (1990)

[7] *G. Hon*, On Kepler's Awareness of the Problem of Experimental Error, Annals of Science **44**, 545 (1987)

[8] *G. Hon*, Going Wrong: To Make a Mistake, to Fall into an Error, Review of Metaphysics **49**, 3 (1995)

[9] *J. Kepler*, Mysterium cosmographicum [Das Weltgeheimnis] (1596, 2. erw. Aufl. 1621), übersetzt von *M. Caspar*, Augsburg (1923)

[10] *J. Kepler*, Optics, Paraliponema to Witelo & Optical Part of Astronomy (1604), engl. Übersetzung von *W. H. Donahue*, Santa Fe, New Mexico (2000)

[11] *J. Kepler*, Grundlagen der geometrischen Optik in Anschluß an die Optik des Witelo (1604) [gekürzte Fassung], übersetzt von *F. Plehn*, hrsg. von *M. von Rohr*, Leipzig 1922

[12] *J. Kepler*, Astronomia nova [Neue Astronomie] (1609), übersetzt und eingeleitet von *M. Caspar*. München/Berlin (1929); lateinische Fassung in: *J. Kepler*: Gesammelte Werke, hrsg. von *M. Caspar*, München: C. H. Beck, Bd. 3 (Herausgabe noch nicht abgeschlossen)

[13] *J. Kepler*, Harmonice Mundi [Weltharmonik] (1619), übersetzt und eingeleitet von *M. Caspar*, München/Berlin (1939)

[14] *J. Kepler*, Epitome of Copernican Astronomy, Vol. IV-V (1620), engl. Übersetzung von *C. G. Wallis*, Great Books of the Western World Series, Vol. 16, Encyclopedia Britannica, Chicago (1952) [lat. Originaltitel: Epitome astronomiae copernicanae]

[15] *N. Koertge*, Galileo and the Problem of Accidents, Journal of History of Ideas **38**, 389 (1977)

[16] *L. E. Maistrov*, Probability Theory: A Historical Sketch, Academic Press, New York/London (1974)

[17] *O. B. Sheynnin*, Densitiy Curves in the Theory of Errors, Archive for History of Exact Sciences **49**, 163 (1995)