

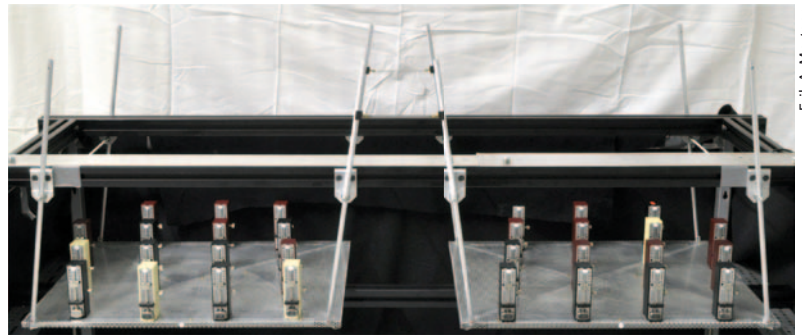
Die Schimäre lebt

Experimente mit Gruppen von chemischen oder mechanischen Oszillatoren haben die spontane Symmetriebrechung der Synchronisation nachgewiesen.

Wer bei Wikipedia nach „Synchronisation“ sucht, sieht sich mit einer großen Vielfalt an Erklärungen konfrontiert: Angesichts der breit gefächerten Verwendung in Film und Fernsehen, Informatik, Elektronik usw. geht die Bedeutung von Synchronisation als physikalisches Phänomen fast verloren. Dabei hat Christiaan Huygens bereits 1665 beobachtet, dass Pendeluhren, die an einem Holzbalken angebracht sind, durch die kaum erkennbaren Schwingungen des Balkens einen exakten Gleichtakt erreichen. Generell versteht man heute unter Synchronisation die Anpassung von Frequenzen autonomer Oszillatoren aufgrund schwacher Kopplung. In den letzten Jahrzehnten hat sich gezeigt, dass sich dieses fundamentale Konzept universell auf oszillierende Systeme fernab vom Gleichgewicht anwenden lässt [1, 2]. So tritt ähnliches Verhalten bei physikalischen selbst-erregten Schwingern wie Schaltkreisen, Lasern oder Josephson-Kontakten auf. Synchronisation ist auch bei oszillierenden Systemen in der belebten Natur wie feuernden Neuronen, physiologischen Rhythmen oder blinkenden Glühwürmchen relevant.

Bei großen Populationen von Oszillatoren lässt sich Synchronisation als Phasenübergang fernab vom Gleichgewicht beschreiben, und wie für (fast) jeden Phasenübergang existiert auch hier ein elementares Modell, das wesentliche Eigenschaften reproduziert. Dieses lösbares Mean-Field-Modell hat der japanische Physiker Yoshiki Kuramoto 1975 vorgeschlagen [3]. Darin werden die einzelnen Oszillatoren (mit i. A. verschiedenen Frequenzen) durch die Phasen φ charakterisiert, und die Kopplung ist durch Phasendifferenzen bestimmt. Damit ergibt sich ein System dynamischer Gleichungen

$$\frac{d}{dt}\varphi_k = \omega_k + \epsilon/N \sum_j \sin(\varphi_j - \varphi_k).$$



Dieses mechanische System besteht aus zwei Plattformen, die über eine Feder gekoppelt sind und auf denen jeweils 15 Metronome schwingen. In dem als Schi-

märe bezeichneten Zustand schwingen z. B. die Metronome auf der linken Plattform synchron, die auf der rechten jedoch außer Takt.

Das Modell ist rein deterministisch, aber im thermodynamischen Grenzfalle $N \rightarrow \infty$ wendet man eine statistische selbst-konsistente Beschreibung an, wie in der Weiss-Theorie der Magnetisierung, und bestimmt die mittlere „Magnetisierung“ – hier den komplexen Kuramoto-Ordnungsparameter $\langle \exp(i\varphi_k) \rangle$. Der Übergang zwischen Desynchronisation und Synchronisation, also das Entstehen einer endlichen „Magnetisierung“, tritt auf, wenn die Kopplung ϵ einen kritischen Wert überschreitet. Dieser ist durch die Breite der Verteilung der Frequenzen ω_k bestimmt; diese Breite spielt deshalb die Rolle der „Temperatur“.

Lange wurde vermutet, dass bei verschwindender Temperatur, d. h. bei der Kopplung *identischer* Oszillatoren, keine interessanten Strukturen auftreten und das System schon bei beliebig schwacher Kopplung synchronisiert ist. Deshalb war die Überraschung besonders groß, als Y. Kuramoto und sein mongolischer Kollege D. Battogtokh 2002 einen neuartigen Zustand in einem System aus identischen Oszillatoren entdeckten, die nicht global (d. h. jeder mit jedem) gekoppelt sind, sondern eine eindimensionale Kette bilden, wobei die Wechselwirkung nicht nur unmittelbare Nachbarn verbindet, sondern weitreichend ist [5]. Natürlich tritt hier eine vollständige Synchronisation auf, bei der alle Phasen gleichmäßig rotieren.

Aber für bestimmte Anfangsbedingungen ist eine räumliche Symmetriebrechung zu beobachten, bei der ein Teil der Oszillatoren einen synchronen Cluster bildet, während andere asynchron sind (Abb. 1).

Die amerikanischen Mathematiker D. Abrams und S. Strogatz haben die Ergebnisse von Kuramoto und Battogtokh bestätigt und den neuartigen Zustand als Schimäre bezeichnet, da dieser wie ein Mischwesen verschiedene, auf den ersten Blick antagonistische Eigenschaften in sich vereint [6]. Diese Namensgebung hat einen regelrechten Boom theoretischer Arbeiten hervorgerufen, die verschiedene Varianten der Koexistenz von Synchronisation und Desynchronisation in nicht-lokal gekoppelten Ketten beschreiben. Da die Schimäre im Wesentlichen als Symmetriebrechung erscheint, haben Abrams und Strogatz nach einfacheren Varianten gesucht, und zusammen mit Kollegen ein elementares Modell gefunden [7]: zwei symmetrische Populationen identischer Oszillatoren, die durch verschiedene Kopplungen innerhalb jeder Population („intern“) bzw. zwischen ihnen („extern“) verbunden sind. In diesem System existieren sowohl ein Regime vollständiger Synchronisation als auch eine Schimäre mit einer synchronen und einer asynchronen Population.

Ist die Schimäre nun ein theoretischer Mythos, oder lässt sie sich

Prof. Dr. Arkady Pikovsky, Prof. Dr. Michael Rosenblum, Institut für Physik und Astronomie, Universität Potsdam, Karl-Liebknecht-Str. 24-25, 14476 Potsdam und Prof. Dr. Jürgen Kurths, Potsdam Institut für Klimafolgenforschung und Humboldt-Universität zu Berlin

Erik A. Martens, MPI für Dynamik und Selbstorganisation

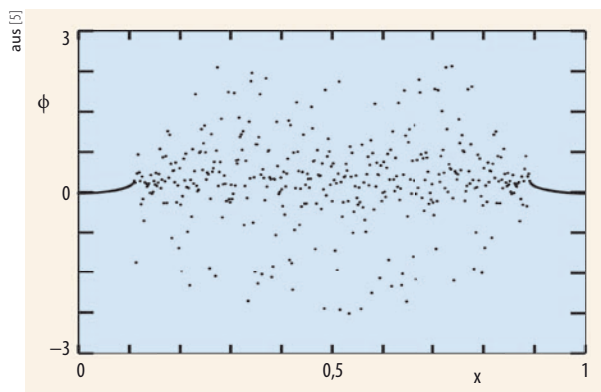


Abb. 1 In einer eindimensionalen Kette von N identischen Oszillatoren kann ein Schimären-Zustand auftreten mit sowohl synchronisierten als auch nicht-synchronisierten Oszillatoren. Bei ersteren ist die Phase φ etwa 0; dies ist für kleine bzw. große x der Fall, wobei x die normierte räumliche Koordinate k/N ist und periodische Randbedingungen gelten. Die Phasen der anderen Oszillatoren bilden hingegen eine Wolke. Entsprechend ist in einem Teil der Kette der Ordnungsparameter nahezu eins und im anderen Teil deutlich geringer.

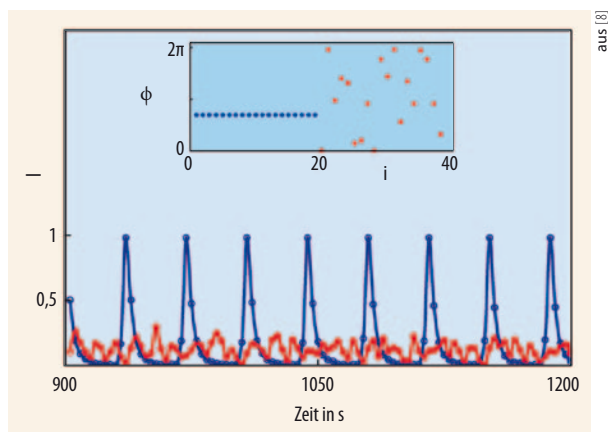


Abb. 2 Im System mit gekoppelten chemischen Oszillatoren haben synchronisierte Oszillatoren konstante Phasen (Inset, blau) und erzeugen hohe gemittelte Felder (blaue Oszillationen), während bei desynchronisierten Oszillatoren die Phasen stark variieren (Inset, rot), sodass sich das Signal zu einem kaum ausgeprägten mittleren Feld aufsummiert.

auch experimentell nachweisen? Vor kurzem ist es zwei Gruppen von Experimentatoren gelungen, eine Schimäre in zwei gekoppelten Populationen zu beobachten. Die Gruppe um K. Showalter experimentierte mit zwei Populationen chemischer Oszillatoren, die auf der lichtempfindlichen Belousov-Zhabotinsky-Reaktion basieren [8]. Photosensitivität ermöglicht dabei eine kontrollierte optische Kopplung – ein Computer steuert den Lichteinfall so, dass er von zwei zeitverzögerten gemessenen Lichtintensitäten abhängt, also von mittleren Intensitäten sowohl von „eigenen“ als auch von „fremden“ Oszillatoren. Dieses experimentelle System ist deshalb dem Modell von Abrams et al. nah verwandt. Wie vorhergesagt, wurde tatsächlich ein Schimären-Zustand experimentell gefunden. Dass sich dabei eine Gruppe synchron und die andere asynchron verhält, sieht man sowohl an den Phasen φ als auch an den über eine Gruppe gemittelten Lichtintensitäten $\langle I \rangle$: Diese sind bei Synchronisation groß und bei Desynchronisation klein (Abb. 2).

E. Martens, S. Thutupalli, A. Fourrière und O. Hallatschek haben kürzlich am MPI für Dynamik und Selbstorganisation eine Schimäre in einem sehr spektakulären Experiment mit Metronomen beobachtet [9]. Sie platzierten zwei Gruppen von Metronomen auf

zwei Plattformen, die schwingen können und durch eine Feder mechanisch gekoppelt sind (Foto auf S. X). Da Metronome selbst durch ihre Schwingungen eine Kraft auf die Plattformen ausüben, entsteht eine globale Kopplung, die sich natürlich zwischen Metronomen auf der gleichen Plattform und auf unterschiedlichen Plattformen unterscheidet. Durch Variation von mechanischen Parametern und Anfangsbedingungen gelang es in diesem Experiment, verschiedene Schimären-Zustände zu realisieren, deren Videoaufnahmen besonders instruktiv sind [10]. Dabei ist besonders hervorzuheben, dass in diesem Experiment die Kopplung rein mechanisch ist, ohne jede Computer-gesteuerte Rückkopplung wie in [8]. Somit ist nach 250 Jahren der höchst nichttriviale Synchronisationsübergang zu einer Schimäre in einem mechanischen System beobachtet worden, das dem ursprünglichen Experiment von Christiaan Huygens erstaunlich ähnlich ist.

Die Synchronisation in großen Systemen hat etliche praktische Anwendungen. Häufig sind synchrone Zustände notwendig, z. B. bei funktionierenden Stromnetzwerken oder um Hochleistungs- und Hochfrequenzsignale für Handys zu erzeugen. In anderen Fällen stört Synchronisation, z. B. wenn sie zum Entstehen pathologischer Gehirnrythmen bei der Parkinson-

krankheit führt. Da insbesondere in belebten Systemen viel Unordnung im Spiel ist, ist eine reine Schimäre dort kaum zu erwarten. Aber ähnliche, komplexe Zustände, die Cluster und Koexistenz von Ordnung und Unordnung aufweisen, könnten von großer Bedeutung sein und stehen deshalb im Fokus aktueller theoretischer und insbesondere experimenteller Untersuchungen.

Arkady Pikovsky, Michael Rosenblum und Jürgen Kurths

- [1] U. Parlitz, A. Pikovsky, M. Rosenblum, und J. Kurths, Physik Journal, Oktober 2006, S. 33
- [2] A. Pikovsky, M. Rosenblum und J. Kurths, Synchronization. A Universal Concept in Nonlinear Sciences, Cambridge University Press, Cambridge (2001)
- [3] Y. Kuramoto, Chemical Oscillations, Waves and Turbulence, Springer, Berlin (1984)
- [4] M. Rosenblum und A. Pikovsky, Phys. Rev. Lett. **98**, 064101 (2007)
- [5] Y. Kuramoto und D. Battogtokh, Nonlinear Phenom. Complex Syst. **5**, 380 (2002)
- [6] D. M. Abrams und S. H. Strogatz, Phys. Rev. Lett. **93**, 174102 (2004)
- [7] D. M. Abrams, R. Mirollo, S. H. Strogatz und D. A. Wiley, Phys. Rev. Lett. **101**, 084103 (2008)
- [8] M. R. Tinsley, S. Nkomo und K. Showalter, Nature Physics **8**, 662 (2012)
- [9] E. A. Martens, S. Thutupalli, A. Fourrière und O. Hallatschek, Proc. Nat. Acad. Sciences **110**, 10563 (2013)
- [10] www.pnas.org/content/suppl/2013/06/12/1302880110.DCSupplemental